

1. Olkoon P atomilause ja \mathbf{L} kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Box P \rightarrow \Diamond P\} \models_{\mathbf{L}} \{\Box\Box\neg P\} \implies \Diamond\Box P$$

ei päde.

2. Olkoot P ja Q atomilauseita ja \mathbf{L} kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Diamond P \vee \Diamond Q\} \models_{\mathbf{L}} \{\neg\Box P\} \implies \Diamond Q$$

ei päde.

3. Osoita, että kaikille $\mathbf{L}, \Sigma, \Upsilon, P, Q$ pätee:

jos $\Sigma \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \implies P \wedge \Box P \wedge \Box\Box P \wedge \Box\Box\Box P \rightarrow Q$,
niin $\Sigma \cup \{P\} \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \implies Q$.

4. a) Osoita, että jos kehys on transitiivinen, niin $\Box P \rightarrow \Box\Box P$ on pätevä kehyksessä.
b) Osoita, että $\neg\Box P \rightarrow \Box\neg\Box P$ on pätevä jokaisessa euklidisessa kehyksessä.
5. Osoita, että jos kehys on refleksiivinen ja euklidinen, se on myös symmetrinen ja transitiivinen.