T-79.146 **Kevät 2003**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 3
31.1.2003

1. Olkoot A ja B atomilauseita. Osoita, että seuraavat lauseet eivät ole päteviä kaikissa kehyksissä (anna vastaesimerkki).

a) $\Diamond A \rightarrow \Box A$

b) $\neg\Box A \rightarrow \Box\neg\Box A$

c) $\Diamond(\Diamond A \wedge \Box A) \rightarrow \Box\Diamond A$

d) $(\Diamond A \wedge \Diamond B) \rightarrow \Diamond(A \wedge B)$

2. Osoita, että millä tahansa lauseella A: $\Diamond\top$ on pätevä mallissa, jos ja vain, jos $\Box A \rightarrow \Diamond A$ on pätevä mallissa.

3. Etsi malli, jossa on neljä mahdollista maailmaa siten, että lause

$$\Box\big((\Box\Box A \rightarrow \Diamond\Box A)\wedge\Diamond\Box(\Box A \rightarrow \Diamond A)\big) \rightarrow \big(\Diamond(\Diamond A \rightarrow \Box A) \rightarrow ((\Diamond A\wedge\Box\Diamond A)\vee\Diamond\Box\Box\neg A)\big)$$

on tosi jossakin mallin maailmassa, kun tiedetään, että lause on tosi mallin $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$ maailmassa s_4, missä

$$S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\},$$
$$R = \{\langle s_1, s_1\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_1, s_5\rangle, \langle s_2, s_5\rangle, \langle s_3, s_2\rangle, \langle s_3, s_4\rangle, \langle s_4, s_3\rangle, \langle s_4, s_5\rangle\}$$

ja $v(s_1, A) = v(s_2, A) = v(s_3, A) = \text{true}$, ja $v(s_4, A) = v(s_5, A) = \text{false}$.

4. Olkoon $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ ja $R = \{\langle s_1, s_2\rangle, \langle s_2, s_3\rangle, \langle s_3, s_4\rangle, \langle s_4, s_1\rangle\}$. Etsi kehys $\langle S', R'\rangle$, jossa on kaksi mahdollista maailmaa siten, että kaikille lauseille P pätee: jos P on pätevä kehyksessä $\langle S, R\rangle$, niin P on pätevä kehyksessä $\langle S', R'\rangle$.