T-79.146 **Kevät 2002**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 4
15.2.2002

1. Olkoon P atomilause ja $\mathbf{L}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Box P \to P\} \models_{\mathbf{L}} \{\Diamond \neg P\} \Longrightarrow \Box\Box\neg P$$

ei päde.

2. Olkoot P ja Q atomilauseita ja $\mathbf{L}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Diamond P\} \models_{\mathbf{L}} \{P \leftrightarrow Q\} \Longrightarrow \Box P \to \Diamond Q$$

ei päde.

3. Osoita, että kaikille $\mathbf{L}, \Sigma, \Upsilon, P, Q$ pätee:

jos $\Sigma \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow P \wedge \Box P \wedge \Box\Box P \wedge \Box\Box\Box P \to Q$,
niin $\Sigma \cup \{P\} \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow Q$.

4. a) Osoita, että jos $\Box P \to \Diamond P$ on pätevä kehyksessä, kehys on sarjallinen.

b) Osoita, että $\neg\Box P \to \Box\neg\Box P$ on pätevä jokaisessa euklidisessa kehyksessä.

5. Osoita, että jos kehys on refleksiivinen ja euklidinen, se on myös symmetrinen ja transitiivinen.