T-79.146 **Kevät 2002**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 2
25.1.2002

1. Merkitään lausetta 'agentti tietää φ:n' $K\varphi$:llä. Esitä seuraavien modaalilogiikan lauseiden merkitys luonnollisella kielellä.

(a) $\varphi \rightarrow K\varphi$

(b) $\neg K\varphi \rightarrow K\neg K\varphi$

(c) $K(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K\varphi \rightarrow K\psi)$

2. Merkitään lausetta 'agentti tietää φ:n' $K\varphi$:llä ja lausetta 'φ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa' $L\varphi$:llä. Formalisoi seuraavat lauseet.

(a) Jos φ on tosi, niin on yhtäpitävää agentin tietämyksen kanssa, että agentti tietää φ:n.

(b) Jos φ ja ψ ovat yhtäpitäviä agentin tietämyksen kanssa, niin $\varphi \wedge \psi$ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa.

(c) Jos agentti tietää φ:n, niin φ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa.

(d) Jos agentin tietämyksen kanssa on yhtäpitävää, että φ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa, niin φ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa.

3. Formalisoi seuraavat lauseet modaalilogiikan kielellä.

(a) Agentti a tietää, että agentti b tietää, että ulkona sataa, mutta agentti b ei tiedä, että agentti a tietää, että agentti b tietää, että ulkona sataa.

(b) Agentti a tietää, että agentti b ei tiedä, sataako ulkona.

(c) Agentti b tietää, että agentti a tietää, sataako ulkona.

(d) Agentti a ei tiedä, onko niin, että agentti b tietää, että agentti a tietää, että ulkona sataa.

4. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$ malli, jossa

$$\begin{aligned} S &= \{s_1, s_2, s_3\}, \\ R &= \{\langle s_1, s_2\rangle, \langle s_1, s_3\rangle, \langle s_3, s_1\rangle\}, \end{aligned}$$

$v(s_1, A) = v(s_2, B) = v(s_3, A) = \text{true}$ ja muulloin $v(s, P) = \text{false}$.

Tutki, päteekö

(a) $\mathcal{M}, s_1 \mid\!\vdash \Box A$

(b) $\mathcal{M}, s_1 \mid\!\vdash \Box\Diamond\top$

(c) $\mathcal{M}, s_3 \mid\!\vdash \Box\Box\Box\bot$

(d) $\mathcal{M}, s_1 \mid\!\vdash \Box(B \vee \Box\Diamond B)$

(e) $\mathcal{M}, s_1 \mid\!\vdash \Diamond(\Box A \wedge \Box\neg A)$.

5. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$ malli, jossa

$$\begin{aligned} S &= \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}, \\ R &= \{\langle s_1, s_1\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_1, s_3\rangle, \langle s_1, s_4\rangle, \langle s_2, s_3\rangle, \langle s_3, s_5\rangle, \langle s_4, s_1\rangle, \\ &\quad \langle s_4, s_5\rangle, \langle s_5, s_2\rangle, \langle s_5, s_5\rangle\}, \end{aligned}$$

$v(s_2, A) = v(s_4, A) = \text{true}$ ja muulloin $v(s, A) = \text{false}$.

Etsi maailma $s \in S$ siten, että

$$\mathcal{M}, s \mid\!\vdash \Diamond\Box\Diamond\Diamond A$$

pätee.