T-79.146 **Kevät 2002/IN**

Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I

Tentti 8.5.2002

1. a) Päteekö mille tahansa joukolle malleja C ja lauseelle P: jos P on pätevä mallijoukossa C, $\neg P$ on pätevä joukossa C. Perustele vastauksesi lyhyesti.

b) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa, että logiikalla on äärellisen mallin ominaisuus ja että logiikka on ratkeava.

c) Anna CTL-lauseen $(\mathbf{EXAFE}(P\mathbf{U}Q)) \rightarrow P$ positiivinen normaalimuoto.

2. Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väite paikkansa. Anna (vasta)malli, kun se on mahdollista.

a) $\{\} \models_{\mathbf{K4}} \{\neg\Diamond P\} \Longrightarrow \Box(\Box P \vee \neg\Diamond P)$, missä **K4** on transitiivisten kehysten luokka.

b) $\{\neg\Box\neg P\} \models_{\mathbf{K}} \{\Box\Box(P \rightarrow Q)\} \Longrightarrow \neg\Box\neg Q$, missä **K** on kaikkien kehysten luokka.

c) Kaikille transitiivisille ja symmetrisille malleille pätee, että jos jossain tilassa lause $\Box(Q \rightarrow \Box P)$ on tosi, niin lause $\Diamond\Box(\Box P \rightarrow Q)$ on epätosi tässä tilassa.

P ja Q ovat atomilauseita.

3. Olkoon annettuna Hilbert-tyylinen todistusteoria, jossa aksioomina ovat kaikki klassiset tautologiat ja kaikki muotoa $\Box P \rightarrow Q$ ja $\neg\Box P \rightarrow \Box P$ olevat lauseet ja päättelysääntöinä Modus Ponens ja välttämättömyyssääntö (N-sääntö).

a) Olkoon **L** kaikkien symmetristen kehysten joukko. Määrittele, mitä tarkoittaa Hilbert-todistusteorian virheettömyys (soundius) ja täydellisyys kehyslogiikalle **L**.

b) Osoita, että yllä annettu todistusteoria ei ole virheetön kehyslogiikalle **L**.

c) Osoita, että yllä annettu todistusteoria on täydellinen kehyslogiikalle **L**.

4. a) Anna seuraavia ehtoja vastaavat CTL-lauseet.

(i) Tila, jossa on voimassa ehto `req`, esiintyy äärettömän usein millä tahansa laskentapolulla.

(ii) Kaikilla laskentapoluilla ehto `busy` on voimassa, kunnes ehto `done` tulee voimaan.

b) Olkoon $\langle S, R, v\rangle$ tarkasteltavan järjestelmän CTL-malli, missä $S = \{a, b, c, d, e\}$, $R = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle c, b\rangle, \langle b, d\rangle, \langle d, d\rangle, \langle c, e\rangle, \langle e, e\rangle\}$, $v(d, \texttt{ack}) = v(e, \texttt{ack}) = \text{true}$, $v(a, \texttt{ack}) = v(b, \texttt{ack}) = v(c, \texttt{ack}) = \text{false}$, $v(a, \texttt{req}) = v(d, \texttt{req}) = \text{true}$, $v(b, \texttt{req}) = v(c, \texttt{req}) = v(e, \texttt{req}) = \text{false}$.

Anna ne järjestelmän tilat, joissa lause $\neg\mathbf{E}(\top\mathbf{U}\neg(\neg\texttt{req} \vee \mathbf{A}(\top\mathbf{U}\texttt{ack})))$ on tosi.

c) Tutki, onko CTL-lause

$$\mathbf{EG}P \rightarrow \mathbf{EXEG}P$$

on pätevä taulumenetelmällä.

Relaation R ominaisuuksia:

Refleksiivisyys:	$\forall s(sRs)$
Symmetrisyys:	$\forall s\forall t(sRt \rightarrow tRs)$
Transitiivisuus:	$\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge tRu \rightarrow sRu)$