Tik-79.146 **Kevät 2001**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 7
Ratkaisut

1. a)

1.	$\langle 1\rangle\neg\big(\Box P \to \Box(Q \to P)\big)$	
2.	$\langle 1\rangle\Box P$	(1)
3.	$\langle 1\rangle\neg\Box(Q \to P)$	(1)
4.	$\langle 1,2\rangle\neg(Q \to P)$	(3)
5.	$\langle 1,2\rangle Q$	(4)
6.	$\langle 1,2\rangle\neg P$	(4)
7.	$\langle 1,2\rangle P$	(2)
	$\otimes$	

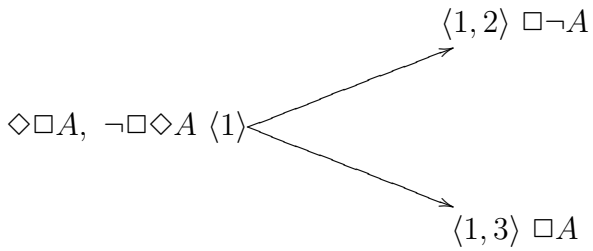
b)

1.	$\langle 1\rangle\neg\big(\Box(P \to Q) \to (\neg\Box\neg P \to \neg\Box\neg Q)\big)$	
2.	$\langle 1\rangle\Box(P \to Q)$	(1)
3.	$\langle 1\rangle\neg(\neg\Box\neg P \to \neg\Box\neg Q)$	(1)
4.	$\langle 1\rangle\neg\Box\neg P$	(3)
5.	$\langle 1\rangle\neg\neg\Box\neg Q$	(3)
6.	$\langle 1\rangle\Box\neg Q$	(5)
7.	$\langle 1,2\rangle\neg\neg P$	(4)
8.	$\langle 1,2\rangle P$	(7)
9.	$\langle 1,2\rangle\neg Q$	(6)
10.	$\langle 1,2\rangle P \to Q$	(2)
11.	$\langle 1,2\rangle\neg P$ (10) $\otimes$	12. $\langle 1,2\rangle Q$ (10) $\otimes$

2. a)

1.	$\langle 1\rangle\neg(\Diamond\Box A \to \Box\Diamond A)$	
2.	$\langle 1\rangle\Diamond\Box A$	(1)
3.	$\langle 1\rangle\neg\Box\Diamond A$	(1)
4.	$\langle 1\rangle\neg\Box\neg\Box A$	(2)
5.	$\langle 1,2\rangle\neg\Diamond A$	(3)
6.	$\langle 1,3\rangle\neg\neg\Box A$	(4)
7.	$\langle 1,2\rangle\neg\neg\Box\neg A$	(5)
8.	$\langle 1,3\rangle\Box A$	(6)
9.	$\langle 1,2\rangle\Box\neg A$	(7)

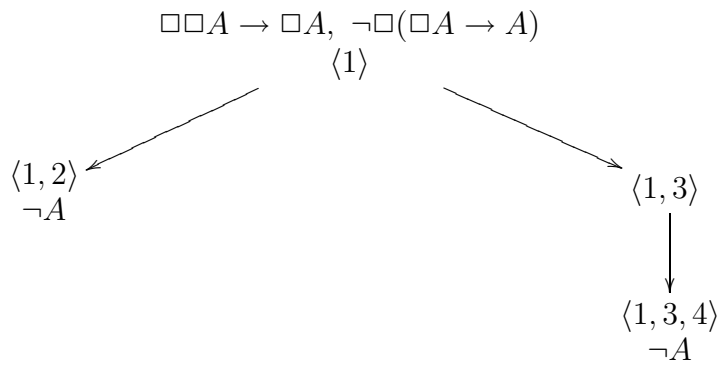
Ei **K**-pätevä.



b)

1.	$\langle 1\rangle\neg\big((\Box\Box A \to \Box A) \to \Box(\Box A \to A)\big)$					
2.	$\langle 1\rangle\Box\Box A \to \Box A$					(1)
3.	$\langle 1\rangle\neg\Box(\Box A \to A)$					(1)
4.	$\langle 1\rangle\neg\Box\Box A$	(2)	5.	$\langle 1\rangle\Box A$		(2)
6.	$\langle 1,2\rangle\neg(\Box A \to A)$	(3)	7.	$\langle 1,2\rangle\neg(\Box A \to A)$		(3)
8.	$\langle 1,3\rangle\neg\Box A$	(4)	12.	$\langle 1,2\rangle\Box A$		(7)
9.	$\langle 1,2\rangle\Box A$	(6)	13.	$\langle 1,2\rangle\neg A$		(7)
10.	$\langle 1,2\rangle\neg A$	(6)	14.	$\langle 1,2\rangle A$		(5)
11.	$\langle 1,3,4\rangle\neg A$	(8)		$\otimes$		

Ei **K**-pätevä.



3. a)

1.	$\langle 1\rangle\neg\Big(\big(\Box(P \to Q) \to \Box(Q \to R)\big) \to \Box(P \to R)\Big)$							
2.	$\langle 1\rangle\Box(P \to Q) \to \Box(Q \to R)$					(1)		
3.	$\langle 1\rangle\neg\Box(P \to R)$					(1)		
4.	$\langle 1\rangle\neg\Box(P \to Q)$	(2)	5.	$\langle 1\rangle\Box(Q \to R)$	(2)			
6.	$\langle 1,2\rangle\neg(P \to R)$	(3)	7.	$\langle 1,2\rangle\neg(P \to R)$	(3)			
8.	$\langle 1,3\rangle\neg(P \to Q)$	(4)	13.	$\langle 1,2\rangle Q \to R$	(5)			
9.	$\langle 1,2\rangle P$	(6)	14.	$\langle 1,2\rangle P$	(7)			
10.	$\langle 1,2\rangle\neg R$	(6)	15.	$\langle 1,2\rangle\neg R$	(7)			
11.	$\langle 1,3\rangle P$	(8)	16.	$\langle 1,2\rangle\neg Q$	(13)	17.	$\langle 1,2\rangle R$	(13)
12.	$\langle 1,3\rangle\neg Q$	(8)					$\otimes$	

Lause ei ole **K**-pätevä. Malli lauseen negaatiolle voidaan muodostaa taulun minkä tahansa avoimen haaran perusteella, esim.

$$\Box(P \to Q) \to \Box(Q \to R), \neg\Box(P \to R)$$
$$\langle 1 \rangle$$
$$\downarrow$$
$$\langle 1, 2 \rangle$$
$$P, \neg Q, \neg R$$

b)

1.	$\langle 1\rangle\neg\big((\Diamond P \vee \Diamond Q) \to \Diamond(P \vee Q)\big)$				
2.	$\langle 1\rangle\Diamond P \vee \Diamond Q$				(1)
3.	$\langle 1\rangle\neg\Diamond(P \vee Q)$				(1)
4.	$\langle 1\rangle\Diamond P$	(2)	5.	$\langle 1\rangle\Diamond Q$	(2)
6.	$\langle 1,2\rangle P$	(4)	10.	$\langle 1,3\rangle Q$	(5)
7.	$\langle 1,2\rangle\neg(P \vee Q)$	(3)	11.	$\langle 1,3\rangle\neg(P \vee Q)$	(3)
8.	$\langle 1,2\rangle\neg P$	(7)	12.	$\langle 1,3\rangle\neg P$	(11)
9.	$\langle 1,2\rangle\neg Q$	(7)	13.	$\langle 1,3\rangle\neg Q$	(11)
	$\otimes$			$\otimes$	