Tik-79.146 **Kevät 2001**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 3
2.2.2001

1. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$ malli, missä
$S = \{s_1, s_2, s_3\}$,
$R = \{\langle s_2, s_1\rangle, \langle s_2, s_3\rangle, \langle s_3, s_1\rangle, \langle s_3, s_3\rangle\}$ ja
$v(s_1, A) = \text{true}$, $v(s_1, B) = \text{true}$, $v(s_3, A) = \text{true}$ ja
muutoin $v(s, P) = \text{false}$.

Tutki relaation $||\!\vdash$ määritelmän avulla, päteekö
(a) $\mathcal{M}, s_3 \,||\!\vdash \Box A$
(b) $\mathcal{M}, s_3 \,||\!\vdash \Box\Diamond\top$
(c) $\mathcal{M}, s_2 \,||\!\vdash \Box\Box\Box\bot$
(d) $\mathcal{M}, s_2 \,||\!\vdash \Box(B \vee \Box\neg\Diamond B)$

2. Olkoon A atomilause. Osoita, että seuraavat lauseet eivät ole päteviä kaikissa kehyksissä (anna vastaesimerkki).

a) $\Box A \to A$

b) $\Box A \to \Box\Box A$

c) $\Diamond A \to \Box A$

3. a) Osoita, että millä tahansa lauseella A: $\Diamond\top$ on tosi mallissa, jos ja vain, jos $\Box A \to \Diamond A$ on tosi mallissa.

b) Anna kehys, jossa $\Box\bot$ on pätevä.