Tik-79.146 **Kevät 2001**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 10
6.4.2001

1. CTL määritellään käyttämällä operaattoreita $\mathbf{A}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{X}$ ja $\mathbf{U}$, joiden avulla voidaan edelleen määritellä lisää operaattoreita:

   $\mathbf{EX}P$: $\neg\mathbf{AX}\neg P$

   $\mathbf{AF}P$: $\mathbf{A}(\top\mathbf{U}P)$

   $\mathbf{EF}P$: $\mathbf{E}(\top\mathbf{U}P)$

   $\mathbf{EG}P$: $\neg\mathbf{AF}\neg P$

   Johda kullekin uudelle operaattorille sen semantiikan määräävä ehto lähtien liikkeelle perusoperaattoreiden määritelmistä. Esimerkkinä johdetaan $\mathbf{EX}$-operaattorin semantiikka $\mathbf{AX}$-operaattorin määritelmästä lähtien:

   $$\mathcal{M}, s \models \mathbf{AX}P \quad \text{joss} \quad \mathcal{M}, t \models P \text{ kaikille } t \text{, joille } sRt$$

   Korvataan P $\neg P$:llä:

   $$\begin{array}{l} \mathcal{M}, s \models \mathbf{AX}\neg P \quad \text{joss} \quad \mathcal{M}, t \models \neg P \text{ kaikille } t\text{, joille } sRt \\ \mathcal{M}, s \not\models \mathbf{AX}\neg P \quad \text{joss} \quad \mathcal{M}, t \not\models \neg P \text{ jollekin } t\text{, jolle } sRt \\ \mathcal{M}, s \models \neg\mathbf{AX}\neg P \quad \text{joss} \quad \mathcal{M}, t \not\models \neg P \text{ jollekin } t\text{, jolle } sRt \\ \mathcal{M}, s \models \mathbf{EX}P \quad \text{joss} \quad \mathcal{M}, t \models P \text{ jollekin } t\text{, jolle } sRt \end{array}$$

2. LTL määritellään käyttämällä operaattoreita $\mathbf{X}$ ja $\mathbf{U}$, joiden avulla voidaan edelleen määritellä lisää operaattoreita:

   $\mathbf{F}P$: $\top\mathbf{U}P$

   $\mathbf{G}P$: $\neg\mathbf{F}\neg P$

   Johda kullekin uudelle operaattorille sen semantiikan määrävä ehto lähtien liikkeelle perusoperaattoreiden määritelmistä.

3. Johda LTL:n operaattorin

$P\mathbf{R}Q$: $\neg\big((\neg P)\mathbf{U}(\neg Q)\big)$

semantiikan määräävä ehto operaattorin $\mathbf{U}$ määritelmästä lähtien kuten edellisissä tehtävissä.

Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$, missä

$$S = \{s_0, s_1, s_2\}$$
$$R = \{\langle s_0, s_1\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_2, s_2\rangle\}$$

Olkoon $x = (s_0, s_1, s_2, s_2, s_2, \dots)$ täysi polku. Määrittele atomilauseille P ja Q valuaatiot maailmoissa s_0, s_1 ja s_2 siten, että $\mathcal{M}, x \models P\mathbf{U}Q$, mutta $\mathcal{M}, x \not\models Q\mathbf{R}P$.