**Tik-79.146** **Kevät 2000/IN**
**Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I**
**Tentti 12.5.2000**

**1.** a) Anna lause $P$ siten, että se on pätevä kehyksessä $\langle S, R\rangle$, jossa $S = \{a, b\}$, $R = \{\langle a, b\rangle, \langle b, b\rangle\}$ ja lauseelle $P$ löytyy kehys, jossa se ei ole pätevä (anna esimerkki tällaisesta kehyksestä).

b) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa, että logiikalla on äärellisen mallin ominaisuus ja että logiikka on ratkeava. Onko logiikka, jolla on äärellisen mallin ominaisuus, ratkeava?

c) Anna CTL-lauseen $(\mathbf{AXEFE}(P\mathbf{U}Q)) \to P$ positiivinen normaalimuoto.

**2.** Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väite paikkansa. Jos väite ei pidä paikkansa, anna vastamalli.

a) $\{\} \models_{\mathbf{T}} \{\Box(\Box P \to Q)\} \Longrightarrow \neg\Box(\Box\Box P \wedge \neg\Box Q)$
b) $\{\} \models_{\mathbf{S4}} \{\Box(\neg P \to \neg\Box P)\} \Longrightarrow \Box P$
c) $\{\neg\Box P\} \models_{\mathbf{K}} \{\Box(P \to \Diamond P)\} \Longrightarrow \Box\Diamond P$

$P$ ja $Q$ ovat atomilauseita.

**3.** a) Selitä, miksi oheinen lausejono ei ole hyväksyttävä **K**-johto lauseelle $R$ globaalista premissijoukosta $\{P\}$ ja lokaalista premissijoukosta $\{Q, Q \to (\Box P \to R)\}$. Anna hyväksyttävä **K**-johto lauseelle $R$ ko. premissijoukoista eli osoita $\{P\} \vdash_{\mathbf{K}} \{Q, Q \to (\Box P \to R)\} \Longrightarrow R$.

1. $Q$
2. $P$
3. $\Box P$
4. $Q \to (\Box P \to R)$
5. $\Box P \to R$
6. $R$

b) Määrittele, mitä tarkoittaa Hilbert-todistusteorian virheettömyys (soundius) ja täydellisyys annetulle modaalilogiikalle L.

c) Olkoon annettuna Hilbert-tyylinen todistusteoria, jossa aksioomina ovat kaikki klassiset tautologiat ja kaikki muotoa $\Box(P \to Q) \to (\Box P \to \Box\Box Q)$ olevat lauseet ja päättelysääntöinä Modus Ponens ja välttämättömyyssääntö (N-sääntö).

Olkoon **K** kaikkien kehysten joukko. Osoita, että yllä annettu todistusteoria ei ole virheetön modaalilogiikalle **K**.

**4.** a) (i) Anna LTL/CTL-malli, jossa CTL-lause $\mathbf{EF}P$ on pätevä mutta LTL-lause $\mathbf{F}P$ ei ole.
(ii) Anna LTL/CTL-malli, jossa LTL-lause $\mathbf{FG}P$ on toteutuva mutta CTL-lause $\mathbf{AFAG}P$ ei ole.

b) Olkoon $\langle S, R, v\rangle$ tarkasteltavan järjestelmän CTL-malli, missä $S = \{a, b, c, d, e\}$, $R = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, a\rangle, \langle c, b\rangle, \langle b, d\rangle, \langle d, d\rangle, \langle c, e\rangle, \langle e, e\rangle, \langle e, c\rangle\}$, $v(d, \texttt{ack}) = v(e, \texttt{ack}) =$ true, $v(a, \texttt{ack}) = v(b, \texttt{ack}) = v(c, \texttt{ack}) =$ false, $v(a, \texttt{req}) = v(d, \texttt{req}) =$ true, $v(b, \texttt{req}) = v(c, \texttt{req}) = v(e, \texttt{req}) =$ false.
Anna ne mallin tilat, joissa lause $\mathbf{A}(\top\mathbf{U}\neg\mathbf{E}(\neg\texttt{reg}\mathbf{U}\texttt{ack}))$ on tosi.

c) Tutki, onko LTL-lause

$$\mathbf{X}P \to \mathbf{F}P$$

on pätevä taulumenetelmällä ($P$ on atomilause).

Tehtävissä käytettyjä merkintöjä:
**K**: kaikkien kehysten joukko
**T**: kaikkien refleksiivisten kehysten joukko
**S4**: kaikkien transitiivisten ja refleksiivisten kehysten joukko

Relaation $R$ ominaisuuksia:
Refleksiivisyys: $\forall s(sRs)$
Transitiivisuus: $\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge tRu \to sRu)$