Tik-79.146 **Kevät 1999**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 3
10.2.1999

1. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$ malli, missä
$S = \{s_1, s_2, s_3\}$,
$R = \{\langle s_1, s_2 \rangle, \langle s_1, s_3 \rangle, \langle s_3, s_1 \rangle\}$ ja
$v(s_1, A) = \text{true}$, $v(s_2, B) = \text{true}$, $v(s_3, A) = \text{true}$ ja
muutoin $v(s, P) = \text{false}$.

Tutki päteekö
(a) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash \Box A$
(b) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash \Box\Diamond\top$
(c) $\mathcal{M}, s_3 \Vdash \Box\Box\Box\bot$
(d) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash \Box(B \vee \Box\Diamond B)$
(e) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash \Diamond(\Box A \wedge \Box\neg A)$.

2. Olkoon A atomilause. Osoita, että seuraavat lauseet eivät ole päteviä kaikissa kehyksissä (anna vastaesimerkki).

a) $\Box A \rightarrow A$

b) $\Box A \rightarrow \Box\Box A$

c) $\neg\Box A \rightarrow \Box\neg\Box A$

3. a) Osoita että millä tahansa lauseella A, $\Diamond\top$ on tosi mallissa jos ja vain jos $\Box A \rightarrow \Diamond A$ on tosi mallissa.

b) Anna kehys jossa $\Box\bot$ on pätevä.