Tik-79.146 **Kevät 1999/IN**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Tentti 26.5.1999

1. a) Olkoon $\mathbf{L}$ kehysjoukko. Päteekö mille tahansa lausejoukoille Σ, Υ ja lauseille P, Q: jos $\Sigma \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \cup \{\Box Q\} \Longrightarrow P$, niin $\Sigma \cup \{Q\} \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow P$? Perustele vastauksesi lyhyesti.

b) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa, että logiikka on ratkeava tai puoli-ratkeava.

c) LTL:n syntaksi voidaan määritellä käyttäen vain perusoperaattoreita $\wedge$, $\neg$, $\mathbf{X}$, $\mathbf{U}$. Esimerkiksi operaattorit $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$ voidaan nähdä lyhennysmerkintöinä ko. perusoperaattoreista. Anna lyhennysmerkintöjä $\mathbf{F}P$ ja $\mathbf{G}P$ vastaavat lauseet käyttäen ainoastaan perusoperaattoreita, missä P on atomilause.

2. Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väite paikkansa. Jos väite ei pidä paikkansa, anna vastamalli.

a) $\{\} \models_{\mathbf{T}} \{\Box(P \to \Diamond(Q \to R))\} \Longrightarrow \Diamond(Q \to (\Box P \to \Diamond R))$

b) $\{\} \models_{\mathbf{S4}} \{\} \Longrightarrow \Box(\Box P \to Q) \to \Box(\Box P \to \Box Q)$

c) $\{\Box P \to \Diamond P\} \models_{\mathbf{K}} \{\} \Longrightarrow \Diamond\Box P \to \Box\Diamond P$

P, Q ja R ovat atomilauseita.

3. Olkoon annettuna Hilbert-tyylinen todistusteoria, jossa aksioomina ovat kaikki klassiset tautologiat ja kaikki muotoa $\Box P \to Q$ ja $\neg\Box P \to \Box P$ olevat lauseet ja päättelysääntöinä Modus Ponens ja välttämättömyyssääntö (N-sääntö).

a) Määrittele, mitä tarkoittaa Hilbert-todistusteorian virheettömyys (soundius) ja täydellisyys annetulle modaalilogiikalle L.

b) Olkoon $\mathbf{K}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että yllä annettu todistusteoria ei ole virheetön modaalilogiikalle $\mathbf{K}$.

c) Osoita, että yllä annettu todistusteoria on täydellinen modaalilogiikalle $\mathbf{K}$.

4. a) Anna seuraavia ehtoja vastaavat CTL-lauseet.

(i) Tila, jossa on voimassa ehto `req`, esiintyy äärettömän usein millä tahansa laskentapolulla.

(ii) Kaikilla laskentapoluilla ehto `busy` on voimassa, kunnes ehto `done` tulee voimaan.

b) Olkoon $\langle S, R, v\rangle$ tarkasteltavan järjestelmän CTL-malli, missä $S = \{a, b, c, d, e\}$, $R = \{\langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle c,a\rangle, \langle c,b\rangle, \langle b,d\rangle, \langle d,d\rangle, \langle c,e\rangle, \langle e,e\rangle\}$, $v(d, \texttt{ack}) = v(e, \texttt{ack}) = \text{true}$, $v(a, \texttt{ack}) = v(b, \texttt{ack}) = v(c, \texttt{ack}) = \text{false}$, $v(a, \texttt{req}) = v(d, \texttt{req}) = \text{true}$, $v(b, \texttt{req}) = v(c, \texttt{req}) = v(e, \texttt{req}) = \text{false}$.

Anna ne järjestelmän tilat, joissa lause $\neg\mathbf{E}(\top\mathbf{U}\neg(\neg\texttt{req} \vee \mathbf{A}(\top\mathbf{U}\texttt{ack})))$ on tosi.

c) Tutki, onko CTL-lause

$$\mathbf{AXAX}P \to \mathbf{AXEX}P$$

on pätevä taulumenetelmällä.

Tehtävissä käytettyjä merkintöjä:
$\mathbf{K}$: kaikkien kehysten joukko
$\mathbf{T}$: kaikkien refleksiivisten kehysten joukko
$\mathbf{S4}$: kaikkien transitiivisten ja refleksiivisten kehysten joukko

Relaation R ominaisuuksia: Refleksiivisyys: $\forall s(sRs)$
Transitiivisuus: $\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge tRu \to sRu)$