Tik-79.146 **Kevät 1998**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 12
Ratkaisut

1.

Perusoperaattori

$$M, s \models \mathbf{AX}P \text{ joss } M, t \models P \text{ kaikille } t, \text{ joille } sRt$$

Korvataan P $\neg P$:llä

$$M, s \models \mathbf{AX}\neg P \text{ joss } M, t \models \neg P \text{ kaikille } t, \text{ joille } sRt$$
$$M, s \not\models \mathbf{AX}\neg P \text{ joss } M, t \not\models \neg P \text{ jollekin } t, \text{ jolle } sRt$$
$$M, s \models \neg\mathbf{AX}\neg P \text{ joss } M, t \not\models \neg P \text{ jollekin } t, \text{ jolle } sRt$$
$$M, s \models \mathbf{EX}P \text{ joss } M, t \models P \text{ jollekin } t, \text{ jolle } sRt$$

Perusoperaattori

$M, s \models \mathbf{A}(P\mathbf{U}Q)$ joss mallissa M kaikille täysille poluille $(s = s_0, s_1, \dots)$
on olemassa i, jolle $M, s_i \models Q$ ja kaikille $j < i$, $M, s_j \models P$

$P \to \top$, $Q \to P$

$M, s \models \mathbf{A}(\top\mathbf{U}P)$ joss mallissa M kaikille täysille poluille $(s = s_0, s_1, \dots)$
on olemassa i, jolle $M, s_i \models P$ ja kaikille $j < i$, $M, s_j \models \top$
$M, s \models \mathbf{AF}P$ joss mallissa M kaikille täysille poluille $(s = s_0, s_1, \dots)$
on olemassa i, jolle $M, s_i \models P$

Perusoperaattori

$M, s \models \mathbf{E}(P\mathbf{U}Q)$ joss mallissa M on olemassa täysi polku $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja on olemassa i, jolle $M, s_i \models Q$ ja kaikille $j < i$, $M, s_j \models P$

$P \to \top$, $Q \to P$

$M, s \models \mathbf{E}(\top \mathbf{U} P)$ joss mallissa M on olemassa täysi polku $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja on olemassa i, jolle $M, s_i \models P$ ja kaikille $j < i$, $M, s_j \models \top$
$M, s \models \mathbf{EF}P$ joss mallissa M on olemassa täysi polku $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja on olemassa i, jolle $M, s_i \models P$

$M, s \models \mathbf{EF}P$ joss mallissa M on olemassa täysi polku $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja on olemassa i, jolle $M, s_i \models P$
$M, s \models \mathbf{EF}\neg P$ joss mallissa M on olemassa täysi polku $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja on olemassa i, jolle $M, s_i \models \neg P$
$M, s \not\models \mathbf{EF}\neg P$ joss mallissa M kaikille täysille poluille $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja kaikille i, $M, s_i \not\models \neg P$
$M, s \models \neg\mathbf{EF}\neg P$ joss mallissa M kaikille täysille poluille $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja kaikille i, $M, s_i \not\models \neg P$
$M, s \models \mathbf{AG}P$ joss mallissa M kaikille täysille poluille $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja kaikille i, $M, s_i \models P$

$M, s \models \mathbf{AF}P$ joss mallissa M kaikille täysille poluille $(s = s_0, s_1, \dots)$
on olemassa i, jolle $M, s_i \models P$
$M, s \models \mathbf{AF}\neg P$ joss mallissa M kaikille täysille poluille $(s = s_0, s_1, \dots)$
on olemassa i, jolle $M, s_i \models \neg P$
$M, s \not\models \mathbf{AF}\neg P$ joss mallissa M on olemassa täysi polku $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja kaikille i, $M, s_i \not\models \neg P$
$M, s \models \neg\mathbf{AF}\neg P$ joss mallissa M on olemassa täysi polku $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja kaikille i, $M, s_i \models P$
$M, s \models \mathbf{EG}P$ joss mallissa M on olemassa täysi polku $(s = s_0, s_1, \dots)$
ja kaikille i, $M, s_i \models P$

2.

$M, x \models P\mathbf{U}Q$ joss on olemassa i, jolle $M, x^i \models Q$ ja kaikille $j < i$ $M, x^j \models P$
$M, x \models \top\mathbf{U}P$ joss on olemassa i, jolle $M, x^i \models P$ ja kaikille $j < i$ $M, x^j \models \top$
$M, x \models \mathbf{F}P$ joss on olemassa i, jolle $M, x^i \models P$

$M, x \models \mathbf{F}P$ joss on olemassa i, jolle $M, x^i \models P$

$M, x \models \mathbf{F}\neg P$ joss on olemassa i, jolle $M, x^i \models \neg P$

$M, x \not\models \mathbf{F}\neg P$ joss ei ole olemassa i, jolle $M, x^i \models \neg P$

$M, x \models \neg\mathbf{F}\neg P$ joss kaikille i $M, x^i \not\models \neg P$

$M, x \models \mathbf{G}P$ joss kaikille i $M, x^i \models P$

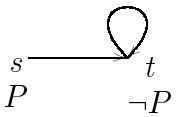
$M, x \models P\mathbf{U}Q$ joss on olemassa i, jolle $M, x^i \models Q$ ja kaikille $j < i$ $M, x^j \models P$

$M, x \models (\neg P)\mathbf{U}Q$ joss on olemassa i, jolle $M, x^i \models Q$ ja kaikille $j < i$ $M, x^j \models \neg P$

$M, x \not\models (\neg P)\mathbf{U}Q$ joss ei ole olemassa i, jolle $M, x^i \models Q$ tai jokaisella i, jolle $M, x^i \models Q$ on olemassa $j < i$, jolle $M, x^j \not\models \neg P$

$M, x \models P\mathbf{B}Q$ joss ei ole olemassa i, jolle $M, x^i \models Q$ tai jokaisella i, jolle $M, x^i \models Q$ on olemassa $j < i$, jolle $M, x^j \models P$

3. a)



$$M, s \models \mathbf{AF}P$$

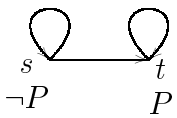
mutta

$$M, (s, t, t, \dots) \not\models \mathbf{GF}P$$

koska

$$M, (t, t, \dots) \not\models \mathbf{F}P$$

b)



$$M, s \models \mathbf{EFAG}P \text{ ja } M, t \models \mathbf{EFAG}P$$

koska

$$M, t \models \mathbf{AG}P$$

mutta

$$M, (s, s, \dots) \not\models \mathbf{FG}P$$