Tik-79.146 **Kevät 1998**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 4
10.2.1998

1. Olkoon $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ ja $R = \{\langle s_1, s_2\rangle, \langle s_2, s_3\rangle, \langle s_3, s_4\rangle, \langle s_4, s_1\rangle\}$.

Anna kehys $\langle S', R'\rangle$, jossa on kaksi mahdollista maailmaa ja jolle pätee: jos P on pätevä kehyksessä $\langle S, R\rangle$, P on pätevä kehyksessä $\langle S', R'\rangle$ kaikille lauseille P.

2. Olkoon P atomilause ja $\mathbf{L}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Box P \to P\} \models_{\mathbf{L}} \{\Diamond\neg P\} \Longrightarrow \Box\Box\neg P$$

ei päde.

3. Olkoon P ja Q atomilauseita ja $\mathbf{L}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Diamond Q\} \models_{\mathbf{L}} \{P \leftrightarrow Q\} \Longrightarrow \Box P \leftrightarrow \Box Q$$

ei päde.

4. Osoita, että kaikille $\mathbf{L}, \Sigma, \Upsilon, P, Q$ pätee:

jos $\Sigma \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow P \wedge \Box P \wedge \Box\Box P \wedge \Box\Box\Box P \to Q$,
niin $\Sigma \cup \{P\} \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow Q$.