Tik-79.146 **Kevät 1997/IN**

Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I

Tentti 1.9.1997

1. a) Anna modaalilogiikan lause, joka on pätevä kaikissa kehyksissä muttei ole klassinen tautologia.

b) Päteekö seuraava väittämä:

$$\text{jos } S \models_{\mathbf{L_1}} \{\} \Longrightarrow P, \text{ niin } S \models_{\mathbf{L_2}} \{\} \Longrightarrow P$$

mille tahansa joukolle S modaalilauseita, modaalilauseelle P ja kehysjoukoille $\mathbf{L_1}$ ja $\mathbf{L_2}$, joille $\mathbf{L_1} \subseteq \mathbf{L_2}$.
Perustele lyhyesti.

c) Anna kolme sovellutusaluetta, joihin ohjelmistoagentteihin pohjautuva tekniikka sopii.

2. Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väite paikkansa. Jos väite ei pidä paikkansa, anna vastamalli.

a) $\{\} \models_{\mathbf{K}} \{\Box\neg\Box\Box P\} \Longrightarrow \neg\Box\neg\Box P \to (P \to \Box P)$

b) $\{P\} \models_{\mathbf{S4}} \{\Box P \to \Box\neg Q\} \Longrightarrow \Box(\Box P \land \Box\neg\Box Q)$

c) $\{P \to \Box P\} \models_{\mathbf{K}} \{P\} \Longrightarrow \Box\Box\Box P$

P ja Q ovat atomilauseita, **K** on kaikkien kehysten joukko ja **S4** on kaikkien refleksiivisten ja transitiivisten kehysten joukko.

3. Olkoon **K** kaikkien kehysten joukko. Otetaan käyttöön kehyslogiikka **K**, jonka kieli muodostuu atomilauseista sekä konnektiiveistä $\neg$, $\to$ ja $\Box$. Määritellään logiikalle taulutodistusmenetelmä, jossa on seuraavat säännöt:

$$\frac{\neg\neg\alpha}{\alpha} \qquad \frac{\alpha \to \beta}{\neg\alpha \mid \beta} \qquad \frac{\neg(\alpha \to \beta)}{\begin{array}{c}\alpha \\ \neg\beta\end{array}} \qquad \frac{\Box\alpha}{\alpha} \qquad \frac{\neg\Box\alpha}{\alpha \to \alpha}$$

Taulun rakentaminen ko. säännöillä, taulun haaran sulkeutuminen sekä taulutodistus määritellään tavalliseen tapaan. Määrittele, mitä tarkoittaa todistusmenetelmän soundius ja täydellisyys. Osoita, ettei annettu taulumenetelmä ole soundi eikä täydellinen.

4. Insinööri Sörselsson suunnittelee toimistorobotin ohjausohjelmistoa. Hän kuvaa robotin tietämystilaa seuraavasti:
(i) Jos valot on päällä, robotti tietää, onko ovi auki vai ei.
(ii) Jos robotti tietää, että ovi on auki, se tietää, että se menee ulos.
Sörselsson tutkii tilannetta, jossa ovi on auki ja robotti tietää, että valot on päällä ja Sörselsson haluaa selvittää, seuraako tässä tilanteessa loogisesti, että robotti menee ulos.

Kuvaa kyseinen tilanne modaalilogiikan kielellä ja tutki, saadaanko Sörselssonia kiinnostava looginen johtopäätös, kun robotin tietämyksen formaalina mallina on **S5**-kehyslogiikka eli mahdollisten maailmojen malli, jossa robotti tietää lauseen annetussa maailmassa, jos ja vain jos se on tosi kaikissa sille tässä maailmassa mahdollisissa maailmoissa ja jossa relaatio, joka antaa kullekin maailmalle siinä mahdolliset maailmat, on refleksiivinen, symmetrinen ja transitiivinen relaatio.

Relaation R ominaisuuksia:	Refleksiivisyys:	$\forall s(sRs)$
	Symmetrisyys:	$\forall s\forall t(sRt \to tRs)$
	Sarjallisuus:	$\forall s\exists t(sRt)$
	Transitiivisuus:	$\forall s\forall t\forall u(sRt \land tRu \to sRu)$