Tik-79.146 **Kevät 1997/IN**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Tentti 21.5.1997

1. a) Anna predikaattikalkyylin lause ϕ siten, että ϕ on pätevä predikaattilogiikassa, jos ja vain jos lause $\Box\Box P \to P$ on **K**-pätevä, missä **K** on kaikkien kehysten joukko.

b) Onko lause $\Box P \leftrightarrow \neg\Box\neg P$ pätevä mallissa $\langle S, R, v\rangle$, missä $S = \{a, b, c\}$, $R = \{\langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle c,c\rangle, \langle b,b\rangle\}$, $v(a, P) = v(b, P) = v(c, P) = true$ ja P on atomilause? Entä onko lause pätevä kehyksessä $\langle S, R\rangle$. Vastaa ja perustele lyhyesti.

c) Anna ohjelmistoagentin tärkeimmät tunnuspiirteet, jotka erottavat sen tavallisesta ohjelmasta.

2. Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väite paikkansa. Jos väite ei pidä paikkansa, anna vastamalli. P ja Q ovat atomilauseita.

a) $\{\} \models_{\mathbf{K}} \{\} \Longrightarrow \Box\Box P \to \Box(\Box(Q \to P) \wedge \Box(\neg Q \to P))$

b) $\{\} \models_{\mathbf{D4}} \{\Box(\Box P \to Q)\} \Longrightarrow \neg\Box(\Box\Box P \wedge \neg\Box Q)$

c) $\{\Box\neg P \to \neg P\} \models_{\mathbf{K}} \{\} \Longrightarrow P \to \Box\neg\Box\neg P$

missä **K** on kaikkien kehysten joukko ja **D4** on kaikkien sarjallisten ja transitiivisten kehysten joukko.

3. Olkoon **K** kaikkien kehysten joukko. Määritellään kehyslogiikalle **K** (jonka kieli muodostuu atomilauseita sekä konnektiiveistä $\to$, $\neg$ ja $\Box$) taulutodistusmenetelmä, jossa on neljä sääntöä:

$$\frac{\Box\alpha}{\alpha} \qquad \frac{\neg\alpha}{\alpha} \qquad \frac{\alpha \to \beta}{\beta} \qquad \frac{P}{\begin{array}{c}P\\ \neg P\end{array}}$$

missä P on atomilause. Taulun rakentaminen ko. säännöillä, taulun haaran sulkeutuminen sekä taulutodistus määritellään tavalliseen tapaan. Määrittele, mitä tarkoittaa todistusmenetelmän soundius ja täydellisyys. Osoita, että annettu taulumenetelmä on täydellinen muttei soundi.

4. Insinööri Sörselsson suunnittelee hitsaavan ja liimaavan kokoonpanosolun ohjausohjelmistoa. Hän kuvaa solun toimintaa antamalla solua ohjaavan agentin uskomuksia:
(i) Agentti uskoo, että solu liimaa tai hitsaa.
(ii) Jos agentti ei usko, ettei solu liimaa, agentti uskoo, että se liimaa.
(iii) Jos agentti uskoo, että solu hitsaa, niin agentti uskoo, että käsiteltävä kappale on metallia.
(iv) Agentti ei usko, että käsiteltävä kappale on metallia.
Anna agentin uskomukset modaalilogiikan kielellä ja osoita, että Sörselssonin antama kuvaus ei ole ristiriitainen, kun agentin uskomusten formaalina mallina on **S5**-kehyslogiikka eli mahdollisten maailmojen malli, jossa agentti uskoo lauseen annetussa maailmassa, jos ja vain jos se on tosi kaikissa agentille tässä maailmassa mahdollisissa maailmoissa ja jossa relaatio, joka antaa kullekin maailmalle siinä mahdolliset maailmat, on refleksiivinen, symmetrinen ja transitiivinen relaatio. (Vihje: Lausejoukko on ristiriitainen, jos sille ei ole mallia.)

Relaation R ominaisuuksia:		
	Refleksiivisyys:	$\forall s(sRs)$
	Symmetrisyys:	$\forall s\forall t(sRt \to tRs)$
	Sarjallisuus:	$\forall s\exists t(sRt)$
	Transitiivisuus:	$\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge tRu \to sRu)$