Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 15. joulukuuta, 1999

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

(a) Onko näin: jos $\Sigma \not\models \phi$, niin $\Sigma \models \neg\phi$.

(b) Onko näin: jokainen taulumenetelmällä todistuva lause ϕ on pätevä.

(c) Onko näin: jos joukolla atomisia kaavoja A on kaksi yleisintä unifioijaa θ ja θ', niin tällöin välttämättä $A\theta = A\theta'$.

(d) Onko näin: lauselogiikka on ratkeava.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\{B \leftrightarrow \neg C, A \leftrightarrow B \vee C\} \models B \leftrightarrow A \wedge \neg C$

(b) $\models \exists x(R(x) \wedge \neg R(f(f(x)))) \rightarrow \exists x(R(x) \wedge \neg R(f(x)))$

(c) $\models (\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))) \rightarrow ((\exists x\, Q(x)) \rightarrow (\forall x\, \neg P(x)))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ esitetään muuttujattomina termeinä 0, $s(0)$, $s(s(0))$,..., jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

(a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.

(b) Osoita resoluutiolla, että jos luonnollinen luku n on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $n + 6$ on kuudella jaollinen.

Tehtävä 4 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Jos tiili on toisen tiilin päällä, se ei ole pöydällä.
2. Jokainen tiili on pöydällä tai toisen tiilen päällä.
3. Mikään tiili ei ole sellaisen tiilen päällä,
   joka on edelleen jonkun toisen tiilen päällä.

---

4. Jos tiili on toisen tiilen päällä, niin jälkimmäinen on pöydällä.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.