Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 20. syyskuuta, 1999

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

(a) Onko näin: todistusmenetelmä M on täydellinen, jos jokainen menetelmällä M todistuva lause on pätevä.

(b) Onko näin: substituutioiden $\{x/f(y), y/z\}$ ja $\{x/a, y/b, z/y\}$ kompositio on $\{x/f(b), z/y\}$.

(c) Onko näin: predikaattilogiikan lauseen ϕ konjunktiivinen ja disjunktiivinen normaalimuoto ovat loogisesti ekvivalentit.

(d) Onko näin: jos $\{\phi_1, \ldots, \phi_n\} \not\models \phi$, niin $\not\models \phi_1 \wedge \ldots \wedge \phi_n \rightarrow \phi$.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\{B \rightarrow A, C \rightarrow B, (C \rightarrow A) \rightarrow D\} \models D$

(b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

(c) $\models (\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))) \rightarrow ((\exists x\, Q(x)) \rightarrow (\forall x\, \neg P(x)))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Esitetään listat kaksipaikkaisen funktiosymbolin c ja vakiosymbolin e avulla siten, että termi $c(x, y)$ esittää listaa, joka alkaa alkiolla x ja jatkuu listana y ja termi e esittää tyhjää listaa $[\,]$. Näin esimerkiksi lista $[1, 2]$ saa termiesityksen $c(1, c(2, e))$.

(a) Tarkoittakoon predikaatti $K(x, y)$, että lista x koostuu listan y alkioista käänteisessä järjestyksessä. Määrittele predikaatti K predikaattilogiikalla rekursiivisesti siten, että määritelmäsi kattaa kaikki listat.

(b) Osoita resoluutiolla, että lista $[1, 2]$ on käännettynä lista $[2, 1]$.

Vihje: tarvinnet apupredikaattia, jolla pystyt liittämään listan x loppuun alkion y ja muodostamaan näin listan z.

Tehtävä 4 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Lepät ovat lehtipuita.
2. Puut ovat kuusia, leppiä tai mäntyjä.
3. Kuuset ja männyt ovat havupuita.

---

4. Puut ovat havupuita tai lehtipuita.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.