Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 8. kesäkuuta, 1998

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

(a) Onko näin: Prenex-normaalimuodossa oleva predikaattilogiikan lause ϕ ja sen skolemoitu muoto ϕ' ovat loogisesti ekvivalentit.

(b) Onko näin: $\models \phi \wedge \psi$ jos ja vain jos $\models \phi$ ja $\models \psi$.

(c) Onko näin: jos kaksi substituutiota θ ja θ' ovat molemmat atomisten kaavojen joukon S yleisimpiä unifioijia, niin $\theta = \theta'$.

(d) Onko näin: predikaattilogiikka on ratkeava.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\{A \to C, A \vee B, \neg D \to \neg B\} \models \neg C \to D$

(b) $\{\forall x \exists y (P(x) \to Q(y)), \forall x P(x)\} \models \forall y Q(y)$

(c) $\models (\forall x (P(x) \to \neg Q(x))) \to ((\exists x\, Q(x)) \to (\exists x\, \neg P(x)))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Johda lauselle

$$\phi = \forall x \exists y R(x,y) \to (\forall y(\neg S(y) \to \neg \exists x R(x,y)) \to \exists x S(x))$$

konjuntiivinen normaalimuoto ja osoita ϕ päteväksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 Tarkastellaan kuvan mukaista laatikoiden pinoa, joka määritellään predikaatin $P(x,y)$ = "laatikko x on pinossa laatikon y päällä" avulla siten, että vain laatikoiden väliset välittömät päällekkäisyydet kuvataan.

a
b
c
d

(a) Määrittele kuvan pino predikaatin P avulla. Määrittele predikaatit $P_n(x,y)$ = "x on n:s laatikko laatikon y päällä", kun n saa arvot $1, 2, \ldots, k$ (esimerkiksi $P_3(a,d)$ tarkoittaa, että a on kolmas laatikko laatikon d päällä).

(b) Osoita semanttisella taululla, että määritelmistäsi seuraa loogisesti $\exists x \exists y (P_2(a,x) \wedge P_2(y,d) \wedge P_1(y,x))$.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.