Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 20. toukokuuta, 1998

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

(a) Onko näin: jos $\Sigma \models \phi$, niin lausejoukoilla Σ ja $\Sigma \cup \{\phi\}$ on samat mallit.

(b) Onko näin: klausuuleista $\{P(x), Q(x)\}$ ja $\{\neg P(y), \neg Q(y)\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli $\Box$.

(c) Onko näin: lauselogiikan konnektiivit $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ ja $\leftrightarrow$ voidaan määritellä Peircen nuolen $\downarrow$ avulla.

(d) Onko näin: kun on annettu struktuuri $\mathcal{A}$ predikaattilogiikan kielelle $\mathcal{L}$, voidaan määrittää jokaisen kaavan $\phi \in \mathcal{L}$ totuusarvo.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\{A \rightarrow D, A \vee B \vee C, \neg D \rightarrow \neg C, \neg B\} \models D$

(b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow \exists y Q(x,y)), \exists x P(x), \forall x \forall y(Q(x,y) \rightarrow R(y))\} \models \exists x R(x)$

(c) $\{\forall x \neg P(x), \forall x \exists y(P(x) \vee Q(y))\} \models Q(c)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Ne, mitkä eivät ole lehtipuita, eivät ole leppiä.
2. Puut ovat kuusia, leppiä tai mäntyjä.
3. Kuuset ja männyt ovat havupuita.

---

4. Puut ovat havupuita tai lehtipuita.

Osoita resoluutiolla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

Tehtävä 4 *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x,y)$ = "solmusta x on kaari solmuun y" avulla.

(a) Määrittele predikaatit

$Y(x,y)$ = "solmusta x on yhteys solmuun y"
ja $S(x)$ = "graafissa on solmun x kautta kulkeva silmukka"

ottamalla huomioon kaarien suunta.

(b) Kuvaa allaoleva suunnattu graafi predikaatin K avulla. Osoita taulumenetelmällä, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien Y ja S määritelmistä seuraa loogisesti $\exists x \exists y(S(x) \wedge K(x,y) \wedge S(y))$.

$$a \underset{\longleftarrow}{\longrightarrow} b \longrightarrow c$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.