Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 16. tammikuuta, 1998

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

(a) Onko näin: lauseessa ϕ on *alilauseita* korkeintaan niin monta kuin siinä on atomisia lauseita ja konnektiiveja ($\neg$,$\wedge$,$\vee$,$\rightarrow$,$\leftrightarrow$).

(b) Onko näin: jos $\models \phi \vee \psi$, niin $\models \phi$ tai $\models \psi$.

(c) Onko näin: klausuuleista $\{P(x), \neg Q(x)\}$ ja $\{\neg P(y), Q(y)\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli $\Box$.

(d) Onko näin: lauselogiikalle voidaan määritellä korkeintaan 16 erilaista binäärikonnektiivia.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \underline{\vee} B) \wedge (B \underline{\vee} C) \rightarrow (A \underline{\vee} C)$ missä $\underline{\vee}$ on "poissulkeva tai"

(b) $\{\exists x P(x), \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \forall x(P(x) \rightarrow R(x))\} \models \exists y(Q(y) \wedge R(y))$

(c) $\{\forall x \forall y(\neg P(x,y) \vee Q(x,y)), \forall x \exists y P(x,y)\} \models \exists y \exists x Q(x,y)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x,y)$ = "solmusta x on kaari solmuun y" avulla.

(a) Määrittele predikaatit $R_n(x,y)$ = "solmusta x on kaarien suuntainen reitti solmuun y siten, että reitillä on n kappaletta kaaria", kun n saa arvot $0, 1, 2, \ldots, k$. Kuvaa allaoleva graafi käyttäen predikaattia K.

$$a \underset{\longleftarrow}{\longrightarrow} b \longrightarrow c$$

(b) Osoita resoluutiolla, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien R_2 ja R_3 määritelmistä seuraa loogisesti $\exists x(R_2(x,x) \wedge R_3(x,c))$.

Tehtävä 4 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Lepät ovat lehtipuita.
2. Puut ovat kuusia, leppiä tai mäntyjä.
3. Kuuset ja männyt ovat havupuita.

---

4. Puut ovat havupuita tai lehtipuita.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.