Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

# Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 18. joulukuuta, 1997

**Tehtävä 1** Vastaa ja perustele lyhyesti.

(a) Onko näin: predikaattilogiikan lause $\phi$ voidaan muuttaa prenex-normaalimuotoon $\psi$ siten, että $\models \phi \leftrightarrow \psi$.

(b) On näin: $\{P(f(y), g(z, y)), P(x, g(x, z))\}$ on unifioituva.

(c) Onko näin: jos $\Sigma \models \phi$ ja $\Sigma \subseteq \Gamma$, niin $\Gamma \models \phi$.

(d) Onko näin: jos $\mathcal{A} \models \exists x \exists y \neg(x = y)$, niin struktuurin $\mathcal{A}$ universumissa $A$ on vähintään kaksi alkiota.

**Tehtävä 2** Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models ((A \to (\neg B \vee \neg C)) \wedge C) \to (B \to \neg A)$

(b) $\{\forall x \exists y R(x, y), \forall x \forall y(\neg S(x) \to \neg R(x, y))\} \models \exists x S(x)$

(c) $\models (\forall x(P(x) \to \neg Q(x))) \to ((\exists x\, Q(x)) \to (\forall x\, \neg P(x)))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

**Tehtävä 3** Kvanttorilla $\exists! x$ tarkoitetaan, että "on olemassa vain yksi $x$". Väittämä $\exists! x\, \phi(x)$ voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x \phi(x)) \wedge (\forall x \forall y(\phi(x) \wedge \phi(y) \to x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

1. On vain yksi kuuraparta.
2. Kaikki joulupukit ovat kuurapartoja.
3. Kaikki kuuraparrat ovat joulupukkeja.

---

4. On vain yksi joulupukki.

Osoita resoluutiolla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

**Tehtävä 4** *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x, y)$ = "solmusta $x$ on kaari solmuun $y$" avulla.

(a) Määrittele predikaatit

$$\begin{array}{lcl} Y(x, y) & = & \text{"solmusta } x \text{ on yhteys solmuun } y\text{"} \\ \text{ja } S(x) & = & \text{"graafissa on solmun } x \text{ kautta kulkeva silmukka"} \end{array}$$

ottamalla huomioon kaarien suunta.

(b) Kuvaa allaoleva suunnattu graafi predikaatin $K$ avulla. Osoita taulumenetelmällä, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien $Y$ ja $S$ määritelmistä seuraa loogisesti $\exists x(S(x) \wedge Y(x, c))$.

$$a \;\underset{\longleftarrow}{\overset{\longrightarrow}{}}\; b \longrightarrow c$$

---

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.