Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 1. syyskuuta, 1997

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti.

(a) Onko näin: kaavassa $\exists x \forall y(P(x,a) \wedge Q(a,y)) \rightarrow P(f(x),g(y))$ ei ole vapaita muuttujia.

(b) Onko näin: jokaiselle lausejoukolle Σ ja lauseelle ϕ pätee: jos $\Sigma \cup \{\phi\} \models \neg\phi$, niin $\Sigma \cup \{\phi\}$ on toteutumaton.

(c) Onko näin: todistusmenetelmä M on virheetön, jos jokaiselle pätevälle lauseelle löytyy todistus menetelmällä M.

(d) Onko näin: $\{P(x,f(x,a),z), P(h(y),y,f(h(y),a))\}$ on unifioituva.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models ((A \wedge B) \rightarrow D) \rightarrow (\neg D \rightarrow (\neg A \vee (\neg B \vee \neg C)))$

(b) $\{\neg\forall y(\forall x P(x,y) \wedge \forall x P(y,x))\} \models \exists x \exists y \neg P(x,y)$

(c) $\{\exists x \exists y P(x,y), \forall x \forall y(P(x,y) \rightarrow Q(x,y))\} \models \exists x Q(x,x)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Linnut ovat haukkoja, emuja tai pingviinejä.
2. Pingviinit ja emut eivät lennä.
3. Haukat ja emut eivät ui.
4. Tipi on lintu, muttei haukka eikä pingviini.

---

5. Tipi ei lennä eikä ui.

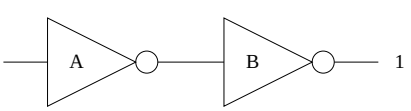
Osoita resoluutiolla, että lause 5 on lauseiden 1-4 looginen seuraus.

Tehtävä 4 Invertteri on digitaalinen piiri, jonka tuloste on 1, kun syöte on 0, ja jonka tuloste on 0, kun syöte on 1.

(a) Laadi invertterin normaalin toiminnan määrittelevät predikaattilogiikan lauseet. Käytä määrittelyssä ainoastaan predikaatteja $I(x)$: "x on invertteri", $S(x,y)$: "x:n syöte on y" ja $T(x,y)$: "x:n tuloste on y".

Vihje: tarvitset (i) lauseet, jotka kuvaavat, kuinka invertterin tuloste määräytyy syötteestä, ja (ii) lauseet, jotka kuvaavat syötteiden ja tulosteiden yksikäsitteisyyden (mille tahansa komponentille).

(b) *Täydennä* lausejoukkoasi lauseilla, jotka kuvaavat alla esitetyn invertterien A ja B kytkennän sekä invertterin B tulosteen.



Osoita semanttisella taululla, että *täydennetystä* lausejoukosta seuraa loogisesti, että invertterin A syöte on 1.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.