Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 21. toukokuuta, 1997

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti.

(a) Onko näin: todistusmenetelmä M on täydellinen, jos jokainen menetelmällä M todistuva lause on pätevä.

(b) On näin: $\{P(x, f(x, z)), P(h(y), f(z, y))\}$ on unifioituva.

(c) Onko näin: jos $\{\phi\} \models \psi$, niin $\models \phi \to \psi$.

(d) Onko näin: jos $\mathcal{A} \models \forall x(x = c \vee x = d) \wedge \neg(c = d)$, niin struktuurin $\mathcal{A}$ universumissa A on täsmälleen kaksi alkiota.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \to (B \vee C)) \to (\neg B \to (\neg C \to \neg A))$

(b) $\{\forall x(P(x) \to R(x)), \forall x(\neg Q(x) \to \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \to Q(x))$

(c) $\{\exists x \exists y P(x, y), \forall x \forall y(P(x, y) \to Q(x, y))\} \models \exists x Q(x, x)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Lepät ovat lehtipuita.
2. Puut ovat kuusia, leppiä tai mäntyjä.
3. Kuuset ja männyt ovat havupuita.

---

4. Puut ovat havupuita tai lehtipuita.

Osoita resoluutiolla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

Tehtävä 4 *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x, y)$ = "solmusta x on kaari solmuun y" avulla.

(a) Solmusta x on n-yhteys solmuun y, jos kaarien suuntaisella reitillä solmusta x solmuun y on n kappaletta kaaria.

Määrittele predikaatti $Y_n(x, y)$ = "solmusta x on n-yhteys solmuun y", kun n saa arvot $0, 1, 2, \ldots, k$.

(b) Kuvaa allaoleva suunnattu graafi predikaatin K avulla. Osoita taulumenetelmällä, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien Y_2 ja Y_3 määritelmistä seuraa loogisesti $\exists x(Y_2(x, x) \wedge Y_3(x, c))$.

$$a \underset{\longleftarrow}{\overset{\longrightarrow}{}} b \longrightarrow c$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.