Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 16. tammikuuta, 1997

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti.

(a) Onko näin: jos $\{\phi_1, \ldots, \phi_n\} \models \phi$, niin $\models \phi_1 \wedge \ldots \wedge \phi_n \rightarrow \phi$.

(b) Onko näin: lause $\forall y(P(f(y)) \wedge Q(y))$ on lauseen $\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ disjunktiivinen normaalimuoto.

(c) Onko näin: Prenex-normaalimuodossa oleva predikaattilogiikan lause ϕ ja sen skolemoitu muoto ϕ' ovat loogisesti ekvivalentit.

(d) Onko näin: kaikille struktuureille $\mathcal{A}$ pätee: jos $\mathcal{A} \models \forall x(x = c)$, niin $\mathcal{A} \models \exists x P(x) \rightarrow \forall y P(y)$.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B))$

(b) $\models (\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))) \rightarrow ((\exists x\, Q(x)) \rightarrow (\exists x\, \neg P(x)))$

(c) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \neg\exists x(\neg R(x) \wedge Q(x))\} \models \forall x(P(x) \vee Q(x) \rightarrow R(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 *Suunnattu* graafi koostuu joukosta $\{a, b, \ldots\}$ solmuja ja solmujen välisitä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x, y)$ avulla.

(a) Määritetele predikaatti $Y(x, y)$ "solmusta x on yhteys solmuun y" ja predikaatti $S(x)$ "graafissa on solmun x kautta kulkeva silmukka".

(b) Osoita resoluutiolla, että allakuvatussa suunnatussa graafissa on solmun a kautta kulkeva silmukka.

$$a \ \underset{\longleftarrow}{\overset{\longrightarrow}{}} \ b \longrightarrow c$$

Tehtävä 4 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Linnut ovat haukkoja, emuja tai pingviinejä.
2. Pingviinit ja emut eivät lennä.
3. Haukat ja emut eivät ui.
4. Tipi on lintu, muttei haukka eikä pingviini.

---

5. Tipi ei lennä eikä ui.

Osoita semanttisella taululla, että lause 5 on lauseiden 1-4 looginen seuraus.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.