Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 12. joulukuuta, 1996

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti.

(a) Onko näin: mille tahansa ristiriidattomalle lausejoukolle Σ ja lauseelle ϕ pätee: jos $\Sigma \models \phi$, niin $\Sigma \not\models \neg\phi$.

(b) Onko näin: lause $\forall x(x = c \vee x = d) \wedge \neg(c = d)$ on tosi struktuureissa, joiden universumissa on täsmälleen kaksi alkiota.

(c) Onko näin: $\{P(x, g(y), f(a)), P(f(y), g(f(z)), z)\}$ on unifioituva.

(d) Onko näin: jokainen predikaattilogiikan lause ϕ on loogisesti ekvivalentti jonkin prenex-normaalimuodossa olevan lauseen ϕ' kanssa.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

(b) $\{\forall x \exists y(P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \models \forall y Q(y)$

(c) $\{\forall x(P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x)),\ \neg\exists x R(x)\} \models \forall x(\neg Q(x) \rightarrow \neg P(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Olkoon R kaksipaikkainen predikaattisymboli, jonka tulkintana on relaatio $R^{\mathcal{A}} \subseteq A \times A$ (joukko A on struktuurin $\mathcal{A}$ universumi). Alla on taulukko lauseista, jotka määrittelevät relaatiolle $R^{\mathcal{A}}$ eri ominaisuuksia.

Ominaisuus	Määritelmä
refleksiivisyys	$\forall x R(x, x)$
irrefleksiivisyys	$\forall x \neg R(x, x)$
symmetrisyys	$\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow R(y, x))$
asymmetrisyys	$\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow \neg R(y, x))$
yhtenäisyys	$\forall x \forall y(R(x, y) \vee R(y, x))$

(a) Olkoon universumi $A = \{1, 2, 3\}$. Valitse $R^{\mathcal{A}}$ siten, että refleksiivisyyden ja symmetrian määrittelevät lauseet ovat tosia $\mathcal{A}$:ssa ja yhtenäisyyden määrittelevä lause on epätosi $\mathcal{A}$:ssa. Perustele valintasi.

(b) Osoita resoluutiolla, että asymmetrinen relaatio on irrefleksiivinen.

Tehtävät jatkuvat kääntöpuolella !!!

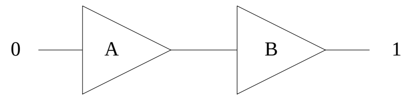
Tehtävä 4 Puskuri on digitaalinen piiri, jonka tuloste on 1, kun syöte on 1, ja jonka tuloste on 0, kun syöte on 0.

(a) Laadi puskurin *normaalin* toiminnan määrittelevät predikaattilogiikan lauseet. Käytä ainoastaan predikaatteja

$$\begin{aligned} P(x) &: \text{“}x \text{ on puskuri”}, \\ S(x,y) &: \text{“}x\text{:n syöte on } y\text{” ja} \\ T(x,y) &: \text{“}x\text{:n tuloste on } y\text{”}. \end{aligned}$$

Vihje: tarvitset (i) lauseet, jotka kuvaavat, kuinka puskurin tuloste määräytyy syötteestä, ja (ii) lauseet, jotka kuvaavat syötteiden ja tulosteiden yksikäsitteisyyden (mille tahansa komponentille).

(b) *Täydennä* lausejoukkoasi lauseilla, jotka kuvaavat alla esitetyn puskurien A ja B kytkennän syötteineen ja tulosteineen.



Osoita *täydennetty* lausejoukko ristiriitaiseksi taulumenetelmällä. Mikä johtopäätös on tehtävissä ristiriidan perusteella?

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.