Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 2. syyskuuta, 1996

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti.

(a) Onko näin: lause $A \wedge B \wedge C$ on lauseen $\neg(A \rightarrow (\neg B \vee \neg C))$ disjunktiivinen normaalimuoto.

(b) Onko näin: jos $\{\neg\psi\} \models \neg\phi$ ja $\models \phi$, niin $\models \psi$ (ϕ ja ψ ovat lauseita).

(c) Onko näin: lause $(\exists x P(x)) \leftrightarrow (\forall x P(x))$ on tosi struktuureissa, joiden universumissa on vain yksi alkio.

(d) Onko näin: Prenex-normaalimuodossa oleva predikaattilogiikan lause ϕ ja sen skolemoitu muoto ϕ' ovat loogisesti ekvivalentit.

Tehtävä 2 Tutki semanttisen taulun avulla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (\neg B \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \vee C))$

(b) $\{\exists x P(x), \forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y))\} \models \exists y Q(y)$

(c) $\{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \forall x (\neg R(x) \rightarrow \neg Q(x))\} \models \forall x (P(x) \rightarrow R(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Linnut ovat haukkoja, emuja tai pingviinejä.
2. Pingviinit ja emut eivät lennä.
3. Haukat ja emut eivät ui.
4. Tipi on lintu, muttei haukka eikä pingviini.

---

5. Tipi ei lennä eikä ui.

Osoita resoluutiolla, että lause 5 on lauseiden 1-4 looginen seuraus.

Tehtävä 4 *Suunnattu* graafi koostuu joukosta $\{a, b, \ldots\}$ solmuja ja solmujen välisitä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x, y)$ avulla.

(a) Määritetele predikaatti $Y(x, y)$ "solmusta x on yhteys solmuun y" ja predikaatti $S(x)$ "graafissa on solmun x kautta kulkeva silmukka".

(b) Osoita taulumenetelmällä, että allakuvatussa suunnatussa graafissa on solmun a kautta kulkeva silmukka.

$$a \underset{\longleftarrow}{\longrightarrow} b \longrightarrow c$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.