Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 18. tammikuuta, 1996

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti.

(a) Johda lauseen $(A \to B) \to C$ konjunktiivinen normaalimuoto.

(b) Onko näin: joukko $\{P(x, f(g(a, z)), y), P(f(y), x, z)\}$ on unifioituva (x, y ja z ovat muuttujia).

(c) Onko näin: jos $\{\phi_1, \ldots, \phi_n\} \not\models \phi$, niin $\not\models \phi_1 \wedge \ldots \wedge \phi_n \to \phi$[1].

(d) Onko näin: predikaattilogiikka on ratkeava.

Tehtävä 2 Tutki semanttisen taulun avulla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \to (B \vee C)) \to (\neg B \to (\neg C \to \neg A))$

(b) $\{\exists x P(x), \forall x \forall y (P(x) \to P(y))\} \models \forall x P(x)$

(c) $\{\forall x (P(x) \to R(x)), \forall x (Q(x) \to \neg R(x))\} \models \forall x (P(x) \vee Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Olkoon R kaksipaikkainen predikaattisymboli, jonka tulkintana on relaatio $R^{\mathcal{A}} \subseteq A \times A$ (joukko A on struktuurin $\mathcal{A}$ universumi). Alla on taulukko lauseista, jotka määrittelevät relaatiolle $R^{\mathcal{A}}$ erilaisia ominaisuuksia.

Ominaisuus	Määritelmä
refleksiivisyys	$\forall x R(x, x)$
irrefleksiivisyys	$\forall x \neg R(x, x)$
symmetrisyys	$\forall x \forall y (R(x, y) \to R(y, x))$
asymmetrisyys	$\forall x \forall y (R(x, y) \to \neg R(y, x))$
transitiivisuus	$\forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(y, z) \to R(x, z))$
yhtenäisyys	$\forall x \forall y (R(x, y) \vee R(y, x))$

(a) Olkoon $A = \{1, 2, 3\}$. Anna $R^{\mathcal{A}}$ siten, että refleksiivisyyden, symmetrian ja yhtenäisyyden määrittelevät lauseet toteutuvat.

(b) Osoita semattisella taululla, että irrefleksiivinen ja transitiivinen relaatio on myös asymmetrinen.

Tehtävä 4 Määrittele luonnollisille luvuille predikaatit $P(x)$ "x on parillinen" ja $Q(x, y)$ "x on suurempi kuin y". Esitä luonnolliset luvut vakion 0 ja seuraajafunktion s avulla. Hae resoluutiolla luonnollinen luku, joka on parillinen ja suurempi kuin 1.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.

[1] Alkuperäisessä tenttipaperissa oli vahingossa lause $\phi_1 \wedge \ldots \wedge \phi_n \to \psi$.