Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 14. joulukuuta 1995

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti.

(a) Onko näin: jos $\models \phi$, niin $\models \psi \rightarrow \phi$ kaikille lauseille ψ.

(b) Anna struktuuri, jossa lause $\exists x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y))$ on epätosi.

(c) Onko näin: jos $\Sigma \not\models \phi$ ja $\Gamma \subseteq \Sigma$, niin $\Gamma \not\models \phi$ (Σ ja Γ ovat lausejoukkoja).

(d) Onko näin: lause $(\exists x P(x)) \rightarrow (\forall x P(x))$ on teoreema.

Tehtävä 2 Osoita semanttisella taululla tai anna valuaatio/struktuuri, jonka perusteella väittämä ei pidä paikkaansa:

(a) $\models ((A \rightarrow (\neg B \vee C)) \wedge \neg C) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$

(b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

(c) $\models (\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))) \rightarrow ((\exists x\, Q(x)) \rightarrow (\exists x\, \neg P(x)))$

Taulutodistusten tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Osoita lause $(\exists x \forall y P(x,y)) \rightarrow (\forall y \exists x P(x,y))$ päteväksi lineaarisella resoluutiolla.

Tehtävä 4 Kvanttorilla $\exists! x$ tarkoitetaan, että "on olemassa vain yksi x". Väittämä $\exists! x\, \phi(x)$ voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x \phi(x)) \wedge (\forall x \forall y (\phi(x) \wedge \phi(y) \rightarrow x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

1. On vain yksi kuolematon.
2. Kaikki jumalat ovat kuolemattomia.
3. Kaikki kuolemattomat ovat jumalia.

---

4. On vain yksi jumala.

Anna taulutodistus, jonka perusteella lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.