T-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 15. elokuuta, 2005

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

(a) Tosi vai epätosi: klausuuleista $\{A, \neg B\}$ ja $\{\neg A, B\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli $\square$.

(b) Tosi vai epätosi: jos $\models \phi$ ja $\phi \wedge \neg\psi$ on toteutumaton, niin $\models \psi$.

(c) Tosi vai epätosi: lauselogiikassa voidaan määritellä korkeintaan 16 semantiikaltaan erilaista binäärikonnektiivia.

(d) Tosi vai epätosi: eksistenssikvanttori voidaan tuoda implikaation ulkopuolelle seuraavasti: $(\exists x \phi(x) \rightarrow \psi)$ kirjoitetaan muotoon $\forall y(\phi(y) \rightarrow \psi)$, missä y on muuttuja, joka ei esiinny kaavoissa $\phi(x)$ ja ψ.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B))$

(b) $\models (\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))) \rightarrow ((\exists x Q(x)) \rightarrow (\exists x \neg P(x)))$

(c) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \neg\exists x(\neg R(x) \wedge Q(x))\} \models \forall x(P(x) \vee Q(x) \rightarrow R(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3

(a) Johda lauseelle

$$\neg(\neg\exists y E(y) \rightarrow \forall y(\exists x E(x) \rightarrow E(y)))$$

mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.

(b) Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `P`:

```
z=0;v=x;while(!(z==y)){z=z+1;v=v-1}
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{P}\ [\texttt{v==x-y}].$$

Tehtävä 4 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Jos tiili on toisen tiilin päällä, se ei ole pöydällä.
2. Jokainen tiili on pöydällä tai toisen tiilen päällä.
3. Mikään tiili ei ole sellaisen tiilen päällä, joka on edelleen jonkun toisen tiilen päällä.

---

4. Jos tiili on toisen tiilen päällä, niin jälkimmäinen on pöydällä.

Osoita resoluutiolla, että neljäs väittämä on kolmen ensimmäisen väittämän looginen seuraus.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.