Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

T-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 11. toukokuuta, 2005

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

(a) Tosi vai epätosi: todistusmenetelmä M on virheetön, jos jokainen pätevä lause ϕ on todistettavissa menetelmällä M.

(b) Tosi vai epätosi: predikaattilogiikan lauseen konjunktiivinen normaalimuoto ϕ ja tästä skolemoimalla saatu muoto ϕ' ovat loogisesti ekvivalentit.

(c) Tosi vai epätosi: lauseessa ϕ on *alilauseita* korkeintaan niin monta kuin siinä on atomisia lauseita ja konnektiiveja ($\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$).

(d) Tosi vai epätosi: jos $\Sigma \not\models \phi$, niin $\Sigma \models \neg\phi$.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \vee B \rightarrow C) \rightarrow \neg((A \wedge \neg C) \vee \neg(B \rightarrow C))$

(b) $\{\forall x \forall y (R(x,y) \rightarrow R(y,x))\} \models \forall x R(a,x)$

(c) $\{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x)), \neg\exists x R(x)\} \models \forall x (\neg Q(x) \rightarrow \neg P(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3

(a) Johda lauseelle

$$\neg(\forall x P(x) \rightarrow \forall x \exists y Q(x,y)) \vee \neg\forall y P(y)$$

mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.

(b) Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `P`:

```
v=0;z=0;while(!(z==y)){z=z+1;v=v-1};v=v+x
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{P}\ [\texttt{v==x-y}].$$

Tehtävä 4 Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ muuttujattomin termein 0, $s(0)$, $s(s(0)), \ldots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

(a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.

(b) Osoita resoluutiolla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x + 6$ on kuudella jaollinen.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.