Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

T-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 17. joulukuuta, 2004

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

(a) Tosi vai epätosi: joukko $\{P(f(y), g(z, f(f(y)))), P(x, g(x,z))\}$ on unifioituva.

(b) Tosi vai epätosi: jos Σ_1 ja Σ_2 ovat lausejoukkoja siten, että $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2$, ja ϕ on lause siten, että $\Sigma_1 \models \phi$, niin myös $\Sigma_2 \models \phi$.

(c) Tosi vai epätosi: todistusmenetelmä M on virheetön, jos jokainen pätevä lause ϕ on todistettavissa menetelmällä M.

(d) Tosi vai epätosi: lauselogiikan toteutuvuusongelma on **NP**-täydellinen.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models \neg(A \wedge \neg B) \wedge (\neg C \rightarrow A) \rightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

(b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow R(x))\} \models \forall x(\neg P(x) \rightarrow \neg R(x))$

(c) $\{\forall x \neg(A(x) \leftrightarrow B(x)), \forall y A(y) \vee \forall y \neg A(y)\} \models \forall z B(z) \vee \forall z \neg B(z)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3

(a) Johda lauseelle

$$\neg(\forall x P(x) \rightarrow \forall x \exists y Q(x,y)) \vee \neg \forall y P(y)$$

mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.

(b) Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `P`:

```
v=0; z=0; while(!(z==y)) {z=z+1; v=v-1}; v=v+x
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{P}\ [\texttt{v==x-y}].$$

Tehtävä 4 *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on nimetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja että kaaret esitetään predikaatilla $K(x,y)$ = "solmusta x on kaari solmuun y".

(a) Määrittele predikaatit

$Y(x,y)$ = "solmusta x on yhteys solmuun y"
ja $S(x)$ = "graafissa on solmun x kautta kulkeva silmukka"

ottamalla huomioon kaarien suunta.

(b) Kuvaa allaoleva suunnattu graafi predikaatin K avulla. Osoita resoluutiolla, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien Y ja S määritelmistä seuraa loogisesti lause $\exists x(S(x) \wedge Y(x,c))$.

$$a \underset{\longleftarrow}{\longrightarrow} b \longrightarrow c$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.

Kurssipalaute: `http://www.tcs.hut.fi/Studies/T-79.144/`