T-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 4. lokakuuta, 2004

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

(a) Tosi vai epätosi: konnektiiveilla $\rightarrow$ ja $\veebar$ (poissulkeva disjunktio) voidaan määritellä muut lauselogiikan konnektiivit ($\neg$,$\wedge$,$\vee$,$\leftrightarrow$).

(b) Tosi vai epätosi: jos Σ_1 ja Σ_2 ovat lausejoukkoja siten, että $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2$, ja ϕ on lause siten, että $\Sigma_1 \models \phi$, niin myös $\Sigma_2 \models \phi$.

(c) Tosi vai epätosi: predikaattilogiikan lauseen konjunktiivinen normaalimuoto ϕ ja tästä skolemoimalla saatu muoto ϕ' ovat loogisesti ekvivalentit.

(d) Tosi vai epätosi: lauselogiikan toteutuvuusongelma SAT on **NP**-täydellinen.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models \neg(A \wedge \neg B) \wedge (\neg C \rightarrow A) \rightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

(b) $\{\exists x \exists y P(x,y), \forall x \forall y (P(x,y) \rightarrow Q(x,y))\} \models \exists x Q(x,x)$

(c) $\{\forall x \neg(A(x) \leftrightarrow B(x)), \forall y A(y) \vee \forall y \neg A(y)\} \models \forall z B(z) \vee \forall z \neg B(z)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3

(a) Johda lauseelle

$$\neg(\neg \exists y E(y) \rightarrow \forall y (\exists x E(x) \rightarrow E(y)))$$

mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.

(b) Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `P`:

```
z=0;v=x;while(!(z==y)){z=z+1;v=v-1}
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{P}\ [\texttt{v==x-y}].$$

Tehtävä 4 Esitettäköön luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ muuttujattomilla termeillä 0, $s(0)$, $s(s(0))$,..., jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

(a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.

(b) Osoita resoluutiolla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x + 6$ on kuudella jaollinen.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.

Kurssipalaute: `http://www.tcs.hut.fi/Studies/T-79.144/feedback.html`