

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

- (a) Tosi vai epätosi: jos $\Sigma \models \phi$ ja $\models \phi \rightarrow \psi$, niin $\Sigma \models \psi$.
- (b) Tosi vai epätosi: klausuuleista $\{A, \neg B\}$ ja $\{\neg A, B\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli \square .
- (c) Tosi vai epätosi: Shefferin viiva $|$ on määriteltävissä Peircen nuolella \downarrow .
- (d) Tosi vai epätosi: lauselogiikan toteutuvuusongelma on **NP**-täydellinen.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- (a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B))$
- (b) $\models (\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))) \rightarrow ((\exists x Q(x)) \rightarrow (\exists x \neg P(x)))$
- (c) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \neg \exists x(\neg R(x) \wedge Q(x))\} \models \forall x(P(x) \vee Q(x) \rightarrow R(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3

- (a) Johda lauseelle $\neg(\forall x \forall y \neg B(y, x) \wedge \exists x(C(x) \rightarrow A(x)))$ mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.
- (b) Käytä sopivaa invarianttia osoittaaksesi, että allaoleva C-kielinen funktio `min` palauttaa taulukon `a` pienimmän luvun, jos `a:n` koko `size > 0`.

```
int min(int a[], int size) {
    int m=a[0], i=1;
    while(i<size) { if(a[i]<m) m=a[i]; i=i+1; }
    return m;
}
```

Tehtävä 4 Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- (a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.
- (b) Osoita resoluutiolla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x + 6$ on kuudella jaollinen.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.