

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

- (a) Tosi vai epätosi: jos $\Sigma \models \phi$ ja $\models \phi \rightarrow \psi$, niin $\Sigma \models \psi$.
- (b) Tosi vai epätosi: klausuuleista $\{A, \neg B\}$ ja $\{\neg A, B\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli \square .
- (c) Tosi vai epätosi: Shefferin viiva $|$ on määriteltävissä Peircen nuolella \downarrow .
- (d) Tosi vai epätosi: lauselogiikan toteutuvuusongelma on **NP**-täydellinen.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittäjä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- (a) $\models (A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow C) \leftrightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$
- (b) $\models \forall x \forall y (\exists z (R(x, z) \wedge R(z, y)) \rightarrow R(x, y))$
 $\rightarrow \forall z \forall y \forall x (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))$
- (c) $\{ \forall x \forall y (R(x, y) \wedge R(y, x) \rightarrow R(x, x)),$
 $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow R(y, x)) \} \models \forall x \forall y R(x, y)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Pisteytys: 2p (a)-kohdasta, 3p (b)-kohdasta ja 1p (c)-kohdasta.

- (a) Johda lauseelle $\neg(\forall x \forall y (B(y) \rightarrow A(x, x)) \wedge \exists x (C(x) \rightarrow \forall y A(x, y)))$ mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.
- (b) Käytä sopivaa invarianttia osoittaaksesi, että allaoleva C-kielinen funktio **min** palauttaa taulukon **a** pienimmän luvun, jos **a:n** koko **size** > 0 .

```
int min(int a[], int size) {  
    int m=a[0], i=1;  
    while(i<size) { if(a[i]<m) m=a[i]; i=i+1;}  
    return m;  
}
```

- (c) Selosta ja demonstroi esimerkin avulla, miksi tyypillinen PROLOG-tulkki on epätäydellinen SLD-resoluution suhteen.

Tehtävä 4 Esitetään listat vakiosymbolin e (tyhjä lista) ja funktiosymbolin $c(\cdot, \cdot)$ avulla siten, että esim. lista $[a, b]$ saa esityksen $c(a, c(b, e))$. Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista $s(\cdot)$ koostuvina muuttujattomina termeinä $0, s(0), s(s(0)), \dots$

- (a) Määrittele predikaatti $P(x, y) =$ "listan x pituus on y " sekä predikaatti $A(x, y) =$ "lista x on listan y alkuosa (prefiksi)" predikaattilogiikan lausein siten, että määritelmäsi kattavat kaikki listat.
- (b) Osoita semanttisella taululla, että määritelmäsi seuraa loogisesti lause $\exists x (A(x, c(a, c(b, c(b, c(a, e)))))) \wedge P(x, s(s(0)))$.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.