

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää on suoritettu hyväksytysti ennen tenttiä.**

**Tehtävä 1** Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

- (a) Onko näin: konnektiiveilla  $\rightarrow$  ja  $\underline{\vee}$  (poissulkeva disjunktio) voidaan määritellä muut lauselogiikan konnektiivit ( $\wedge, \vee, \leftrightarrow$ ).
- (b) Onko näin: jos  $\Sigma_1$  ja  $\Sigma_2$  ovat lausejoukkoja siten, että  $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2$ , ja  $\phi$  on lause siten, että  $\Sigma_1 \models \phi$ , niin myös  $\Sigma_2 \models \phi$ .
- (c) Onko näin: predikaattilogiikan lauseen konjunkttiivinen normaalimuoto  $\phi$  ja tästä skolemoimalla saatu muoto  $\phi'$  ovat loogisesti ekvivalentit.
- (d) Onko näin: lauselogiikan toteutuvuusongelma SAT on **NP**-täydellinen.

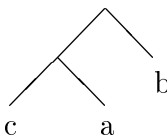
**Tehtävä 2** Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- (a)  $\models (-C \rightarrow A \wedge \neg B) \rightarrow ((-C \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow C)$ .
- (b)  $\{\exists x \exists y P(x, y), \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y))\} \models \exists x Q(x, x)$
- (c)  $\{\forall x (P(x) \rightarrow R(x)), \forall x (\neg Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

**Tehtävä 3** Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin  $s$  (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin  $l$  (lehtisolmut) avulla. Näin oikein kuvan binääripuu saa termiesityksen  $s(s(l(c), l(a)), l(b))$ .

- (a) Tarkoittakoon predikaatti  $PK(x, y)$ , että binääripuu  $x$  on binääripuun  $y$  peilikuva. Kirjoita predikaatille  $PK$  määritelmä predikaattilogiikan lausein (käyttäen yllä annettua binääripuiden esitystapaa).

- (b) Hae resoluutiolla peilikuva seuraavalle binääripuulle:  


**Tehtävä 4** Esitetään luonnolliset luvut  $0, 1, 2, \dots$  muuttujattomilla termeillä  $0, s(0), s(s(0)), \dots$ , jotka rakentuvat vakiosymbolista  $0$  ja funktiosymbolista  $s$ , joka tulkitaan funktioksi  $s(x) = x + 1$  luonnollisille luvuille  $x$ .

- (a) Tarkoittakoon predikaatit  $J2(x)$ ,  $J3(x)$  ja  $J6(x)$  sitä, että luonnollinen luku  $x$  on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin  $J6$  määritelmä perustuu predikaattien  $J2$  ja  $J3$  määritelmiin.
- (b) Osoita semanttisella taululla, että jos luonnollinen luku  $x$  on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku  $x + 6$  on kuudella jaollinen.

---

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.