Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 4. syyskuuta, 2001

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

(a) Onko näin: jokaiselle lausejoukolle Σ ja lauseelle ϕ pätee: jos $\Sigma \models \neg\phi$, niin $\Sigma \cup \{\phi\}$ on toteutumaton.

(b) Onko näin: lauselogiikalle voidaan määritellä korkeintaan 16 erilaista binäärikonnektiivia.

(c) Onko näin: lauselogiikka on ratkeava.

(d) Onko näin: klausuuleista $\{P(x), P(y)\}$ ja $\{\neg P(z), \neg P(w)\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli $\Box$.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

(b) $\{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \models \forall y Q(y)$

(c) $\{\forall x \forall y \forall z (R(x,y) \land R(y,z) \rightarrow R(x,z)), R(a,b), R(b,a)\} \models R(a,a)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Osoita lause

$$\exists x (R(x) \land \neg R(f(f(x)))) \rightarrow \exists x (R(x) \land \neg R(f(x)))$$

päteväksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ muuttujattomilla termeillä 0, $s(0)$, $s(s(0))$,..., jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

(a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.

(b) Osoita semanttisella taululla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x + 6$ on kuudella jaollinen.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.