

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

- (a) Onko näin: jos \mathcal{V}_1 ja \mathcal{V}_2 ovat valuaatiot siten, että $\mathcal{V}_1(A) = \mathcal{V}_2(A)$ kaikille lauseissa ϕ esiintyville atomisille lauseille A , niin $\mathcal{V}_1(\phi) = \mathcal{V}_2(\phi)$.
- (b) Onko näin: predikaattilogiikka on puoliratkeava.
- (c) Onko näin: jos $\Sigma \models \phi$ ja $\models \phi \rightarrow \psi$, niin $\Sigma \models \psi$.
- (d) Onko näin: klausuuleista $\{A, \neg B\}$ ja $\{\neg A, B\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli \square .

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

- (a) $\{B \leftrightarrow \neg C, A \leftrightarrow B \vee C\} \models B \leftrightarrow A \wedge \neg C$
- (b) $\{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \models \forall y Q(y)$
- (c) $\{\forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z)), R(a, b)\} \models \neg R(b, a)$.

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Jos tiili on toisen tiilin päällä, se ei ole pöydällä.
2. Jokainen tiili on pöydällä tai toisen tiilen päällä.
3. Mikään tiili ei ole sellaisen tiilen päällä,
joka on edelleen jonkun toisen tiilen päällä.

4. Jos tiili on toisen tiilen päällä, niin jälkimmäinen on pöydällä.

Osoita resoluutiolla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

Tehtävä 4 Tarkoittakoon predikaatti $P(x)$ sitä, että henkilö x ajaa itse partansa, ja viitattakoon termillä $f(x)$ henkilön x isään.

- (a) Esitä seuraava väittämä predikaattilogiikalla: jos joku henkilö ajaa itse partansa, mutta hänen isoisänsä ei aja itse partaansa, niin joku henkilö ajaa itse partansa, mutta hänen isänsä ei aja itse partaansa.
- (b) Osoita (a)-kohdan väittämä päteväksi semanttisella taululla.