Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 19. joulukuuta, 2000

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

(a) Onko näin: lauselogiikalle voidaan määritellä korkeintaan 16 erilaista binäärikonnektiivia.

(b) Onko näin: joukko $\{P(x, f(x, z)), P(h(y), f(z, y))\}$ on unifioituva.

(c) Onko näin: predikaattilogiikka on ratkeava.

(d) Onko näin: jos lausejoukolla Σ on täsmälleen yksi malli, niin jokaiselle lauseelle ϕ pätee $\Sigma \models \phi$ tai $\Sigma \models \neg\phi$ (muttei molemmat).

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\{B \leftrightarrow \neg C, A \leftrightarrow B \vee C\} \models B \leftrightarrow A \wedge \neg C$

(b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(\neg Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

(c) $\{\exists x \exists y P(x, y), \forall x \forall y(P(x, y) \rightarrow Q(x, y))\} \models \exists x Q(x, x)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Kvanttorilla $\exists! x$ tarkoitetaan, että "on olemassa vain yksi x". Väittämä $\exists! x\, \phi(x)$ voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x \phi(x)) \wedge (\forall x \forall y(\phi(x) \wedge \phi(y) \rightarrow x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

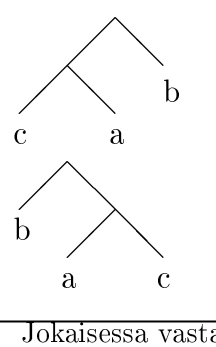
1. On vain yksi kuuraparta.
2. Kaikki joulupukit ovat kuurapartoja.
3. Kaikki kuuraparrat ovat joulupukkeja.

---

4. On vain yksi joulupukki.

Osoita resoluutiolla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

Tehtävä 4 Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin s (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin l (lehtisolmut) avulla. Näin oheisen kuvan ylempi puu saa termiesityksen $s(s(l(c), l(a)), l(b))$.



(a) Tarkoittakoon predikaatti PK(x, y), että binääripuu x on binääripuun y peilikuva. Määrittele predikaatti PK predikaattilogiikan lausein siten, että pystyt päättelemään, ovatko mitkä tahansa kaksi yllä annetun esitystavan mukaista binääripuuta toistensa peilikuvia.

(b) Osoita semanttisella taululla, että ylempi binääripuu on alemman binääripuun peilikuva.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.