

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

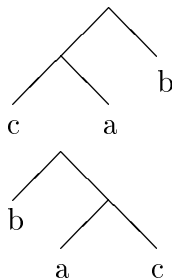
- (a) Onko näin: lause $A \wedge B \wedge C$ on lauseen $\neg(A \rightarrow (\neg B \vee \neg C))$ disjunkttiivinen normaalimuoto.
- (b) Onko näin: jos $\models \phi \vee \psi$, niin $\models \phi$ tai $\models \psi$.
- (c) Onko näin: lauselogiikan toteutuvuusongelma SAT on **NP**-täydellinen.
- (d) Onko näin: klausuuleista $\{A, \neg B\}$ ja $\{\neg A, B\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli \square .

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- (a) $\{A \rightarrow D, A \vee \neg B \vee C, D \rightarrow C, B\} \models D$
- (b) $\models \forall x \exists y R(x, y) \rightarrow (\forall y (\neg S(y) \rightarrow \neg \exists x R(x, y)) \rightarrow \exists x S(x))$
- (c) $\{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x)), \neg \exists x R(x)\} \models \forall x (\neg Q(x) \rightarrow \neg P(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin s (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin l (lehtisolmut) avulla. Näin oikein kuvan ylempi puu saa termiesityksen $s(s(l(c), l(a)), l(b))$.



- (a) Tarkoittakoon predikaatti $PK(x, y)$, että binääripuu x on binääripuun y peilikuva. Määrittele predikaatti PK predikaattilogiikan lausein siten, että pystyt päättämään, ovatko mitkä tahansa kaksi yllä annetun esitystavan mukaista binääripuuta toistensa peilikuvia.
- (b) Osoita resoluutiolla, että ylempi binääripuu on alemman binääripuun peilikuva.

Tehtävä 4 Luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ esitetään muuttujattomina termeinä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- (a) Määrittele predikaattilogiikan lausein predikaatit $O(x) = "x \text{ on pariton}"$, $E(x) = "x \text{ on parillinen}"$ ja $G(x, y) = "x \text{ on suurempi kuin } y"$ kaikille luonnollisille luvuille x ja y .
- (b) Osoita semanttisella taululla, että on olemassa parillinen luonnollinen luku, joka on suurempi kuin jokin pariton luonnollinen luku.