

T-79.144

Syksy 2004

Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Laskuharjoitus 7 (opetusmoniste, kappaleet 1.1 - 2.2)

26.10. - 29.10.2004

1. Ilmaise seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

- a) Jokin porteista on viallinen.
- b) Tämä algoritmi on kaikista nopein.
- c) Kaikilla kurssin osanottajilla on työasema käytössään.
- d) Vain yksi prosesseista voi kirjoittaa kuhunkin tiedostoon kerrallaan.

Mitä muotoa lauseet ovat? Piirrä a)- ja c)-kohtia vastaavat syntaksipuut.

2. Poista tarpeettomat sulut, ilman että lauseen merkitys muuttuu.

- a)  $(\forall y((\exists x(P(x) \wedge Q(x))) \rightarrow L(y)))$
- b)  $((\exists x(\exists y(P(x,y) \vee Q(y,x)))) \leftrightarrow (\forall x(\neg K(f(x)))))$
- c)  $(\forall x(\forall y(A \wedge B)))$

3. Olkoon predikaattilogiikan kielessä vakiosymboli  $c$ , 1-paikkainen funktiosymboli  $f$  ja 2-paikkainen funktiosymboli  $g$ . Millaisia muuttujattomia termejä näistä voidaan muodostaa.

4. Luennoilla annettiin menettely binääripuiden esittämiseksi funktiosymbolien avulla. Yleistä konstruktio mielivaltaisille puille käyttämällä korkeintaan kolmea vakio- ja funktiosymbolia.

5. Osoita, että jos  $\forall x\phi(x)$  on lause ja  $t$  on muuttujaton termi, niin  $\phi(t)$  on lause.

6. Olkoon universumina  $\mathbb{N}^2 = \{\langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$ . Valitse vakiosymbolille  $c$  ja funktiosymbolille  $f \in \mathcal{F}_1$  tulkinnat siten, että koko universumi tulee nimetyksi.

7. Graafi muodostuu solmujen joukosta  $S$  ja solmujen välisten kaarien  $K \subseteq S \times S$  joukosta. Graafin solmuja  $s$  ja  $s'$  sanotaan vierekkäisiksi, jos niitä yhdistää kaari  $(\langle s, s' \rangle \in K)$ . Olkoon  $C$  jokin värien joukko. Graafin *väritysongelmassa* on tarkoituksena löytää graafin solmuille värit joukosta  $C$  siten, että kaikilla vierekkäisillä solmuilla on eri värit.

- a) Määrittele graafin väritysongelman ratkaisu predikaattilogiikan avulla.
- b) Anna edellisen kohdan lausejoukolle malli ja
- c) struktuuri, jossa se ei toteudu.