T-79.144 **Syksy 2004**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 2 (opetusmoniste, lauselogiikka 2.1 - 3.5)
21.-24.9.2004

1. Määrittele lauselogiikan konnektiivit

a) aina epätoden lauseen $(\bot)$ ja implikaation $(\rightarrow)$ avulla.

b) Shefferin viivan (opetusmoniste kappale 2.2) avulla.

2. Käy läpi kaikki mahdolliset binäärikonnektiivit (yht. 16) ja anna niille määritelmät lauselogiikan peruskonnektiivien avulla.

3. Olkoon $\mathcal{A}_1 \subseteq \mathcal{P}$ ja $\mathcal{A}_2 \subseteq \mathcal{P}$ kaksi totuusjakelua ja $\phi \in \mathcal{L}$ lause. Osoita, että jos $\mathcal{A}_1 \cap At(\phi) = \mathcal{A}_2 \cap At(\phi)$, niin $\mathcal{A}_1 \models \phi \Longleftrightarrow \mathcal{A}_2 \models \phi$.

4. Olkoon $\mathcal{A} = \emptyset$ totuusjakelu. Laske lauseen

$$(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$$

totuusarvo

a) totuustaulukolla.

b) totuusmääritelmän nojalla.

5. Insinööri Sörsselssön laati seuraavat vaatimukset liikennevaloille kahden yksisuuntaisen kadun risteykseen:

(i) Kummassakin liikennevalossa on vihreä, keltainen ja punainen lamppu, joista täsmälleen yksi palaa kerrallaan.

(ii) Liikennevalojen vihreät lamput eivät pala yhtäaikaisesti.

(iii) Jos toisessa liikennevalossa palaa punainen lamppu, niin toisessa palaa joko keltainen tai vihreä lamppu.

a) Esitä annetut vaatimukset lauselogiikan lauseina.

b) Laadi syntyneelle lausejoukolle totuustaulukko.

c) Hae taulukon avulla lausejoukolle malli / totuusjakelu, jossa se ei toteudu.

d) Mieti parannusehdotuksia annetuille vaatimuksille (ajatellen todellisia liikennevaloja). Mitä liikennevalojen ominaisuuksia et pysty kuvaamaan lauselogiikan avulla?

6. Tutki totuustaulukoilla, pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa.

a) Lause $(A \to B) \to ((B \to C) \to (A \to C))$ on pätevä.

b) Lause $\neg((A \to B) \to ((\neg A \to B) \to B))$ on toteutumaton.

c) Lauseet $A \leftrightarrow B$ ja $\neg(A \leftrightarrow \neg B)$ ovat loogisesti ekvivalentteja.

d) $\{(A \wedge B) \vee (C \wedge A), (A \wedge B) \vee \neg B\} \models A \vee (C \wedge \neg B)$.

7. Laadi ohjelma, joka generoi syötteenä annetulle lauseelle totuustaulukon.