T-79.144 **Syksy 2004**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 10
(opetusmoniste, kappaleet 5.1 - 5.4)
16 - 19.11.2004

1. *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x,y)$ = "solmusta x on kaari solmuun y" avulla.

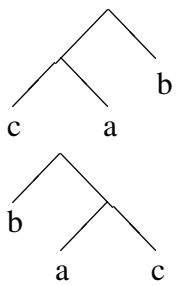
1. Määrittele predikaatit $R_n(x,y)$ = "solmusta x on kaarien suuntainen reitti solmuun y siten, että reitillä on n kappaletta kaaria", kun n saa arvot $0, 1, 2, \ldots, k$. Kuvaa allaoleva graafi käyttäen predikaattia K.

$$a \rightleftarrows b \longrightarrow c$$

2. Osoita semanttisella taululla, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien R_2 ja R_3 määritelmistä seuraa loogisesti

$$\exists x(R_2(x,x) \wedge R_3(x,c)).$$

2. Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin s (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin l (lehtisolmut) avulla. Näin oheisen kuvan ylempi puu saa termiesityksen $s(s(l(c), l(a)), l(b))$.



a) Tarkoittakoon predikaatti PK(x,y), että binääripuu x on binääripuun y peilikuva. Määrittele predikaatti PK predikaattilogiikan lausein siten, että pystyt päättelemään, ovatko mitkä tahansa kaksi yllä annetun esitystavan mukaista binääripuuta toistensa peilikuvia.

b) Osoita semanttisella taululla, että ylempi binääripuu on alemman binääripuun peilikuva.

3. Kvanttorilla $\exists! x$ tarkoitetaan, että "on olemassa vain yksi x". Väittämä $\exists! x\, \phi(x)$ voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x \phi(x)) \wedge (\forall x \forall y (\phi(x) \wedge \phi(y) \rightarrow x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

1. On vain yksi kuuraparta.
2. Kaikki joulupukit ovat kuurapartoja.
3. Kaikki kuuraparrat ovat joulupukkeja.

---

4. On vain yksi joulupukki.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.