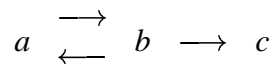


1. *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnattuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien  $\{a, b, \dots\}$  avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin  $K(x, y) =$  "solmusta  $x$  on kaari solmuun  $y$ " avulla.

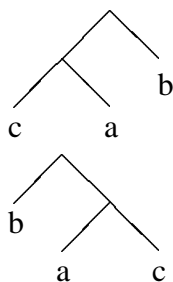
1. Määrittele predikaatit  $R_n(x, y) =$  "solmusta  $x$  on kaarien suuntainen reitti solmuun  $y$  siten, että reitillä on  $n$  kappaletta kaaria", kun  $n$  saa arvot  $0, 1, 2, \dots, k$ . Kuvaa allaoleva graafi käyttäen predikaattia  $K$ .



2. Osoita semanttisella taululla, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien  $R_2$  ja  $R_3$  määritelmistä seuraa loogisesti

$$\exists x(R_2(x, x) \wedge R_3(x, c)).$$

2. Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin  $s$  (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin  $l$  (lehtisolmut) avulla. Näin oheisen kuvan ylempi puu saa termiesityksen  $s(s(l(c), l(a)), l(b))$ .



- a) Tarkoittakoon predikaatti  $PK(x, y)$ , että binääripuu  $x$  on binääripuun  $y$  peilikuva. Määrittele predikaatti  $PK$  predikaattilogiikan lausein siten, että pystyt päättämään, ovatko mitkä tahansa kaksi yllä annetun esitystavan mukaista binääripuuta toistensa peilikuvia.

- b) Osoita semanttisella taululla, että ylempi binääripuu on alemman binääripuun peilikuva.

3. Kvanttorilla  $\exists!x$  tarkoitetaan, että "on olemassa vain yksi  $x$ ". Väittämä  $\exists!x\phi(x)$  voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x\phi(x)) \wedge (\forall x\forall y(\phi(x) \wedge \phi(y) \rightarrow x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

1. On vain yksi kuuraparta.
2. Kaikki joulupukit ovat kuurapartoja.
3. Kaikki kuuraparrat ovat joulupukkeja.
4. On vain yksi joulupukki.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.