

## Logiikka tietotekniikassa: perusteet

## Laskuharjoitus 1 (johdanto 3.1 - 3.2, lauselogiikka 1.1 - 1.5)

14.-17.9.2004

1. Osoita induktiolla, että  $n$ -alkioisella joukolla on  $2^n$  osajoukkoa.
2. Todista seuraavat väittämät (joukot  $A, B$  ja  $C$  ovat universumin  $E$  osajoukkoja):
  - a)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .
  - b)  $E - (A \cap B) = (E - A) \cup (E - B)$ .
3. Ilmaise seuraavat väittämät lauselogiikalla:
  - a) En saa työtä valmiiksi, ellet sinä auta.
  - b) Ei tippa tapa eikä ämpäriin huku.
  - c) Kuljen työmatkat jalan, pyörällä tai joskus autolla.
  - d) Merja ja Arto tulevat meille kylään.
  - e) Koska olet ollut ilkeä, et saa jälkiruokaa.
  - f) Vaikka manuaali olikin pitkä, se tuntui loppuvan kesken.
  - g) Jos minulta kysytään — tai vaikei kysyttäisikään — niin hänen ei kannata ostaa autoa, tai sitten hänen on asuttava kaukana työpaikastaan ja bensiinin on tultava halvemmaksi.
4. Olkoon atomisten lauseiden joukko  $\mathcal{P} = \{A, B, C\}$ . Mitkä seuraavista ovat lauselogiikan lauseita. Perustele.
  - a)  $A$
  - b)  $\neg(A \wedge B)$
  - c)  $(A \wedge (B \rightarrow (A \wedge C)))$
  - d) Tänään sataa.
5. Todista että sulkujen määrä jokaisessa lauselogiikan lauseessa on parillinen.

6. Poista tarpeettomat sulut ilman, että lauseen merkitys muuttuu.

- a)  $(A \rightarrow ((B \wedge C) \vee D))$
- b)  $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$
- c)  $((A \wedge (B \vee C)) \vee (A \wedge (C \vee D)))$
- d)  $((\neg(A \wedge B)) \leftrightarrow ((B \rightarrow C) \wedge A))$
- e)  $((\neg A) \wedge (\neg B)) \rightarrow \neg(A \vee B)$

7. Mitä muotoa edellisen tehtävän lauseet ovat. Anna niille jäsenyspuut.

8. Toteuta lauselogiikan lauseille jäsennin (engl. parser).



- a) Olettaen, että sulkuja ei jätetä pois.
- b) Kaikkia sulkusääntöjä sovelletaan.

9. Anna allaolevan lauseen alilauseet.

$$(\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C)) \rightarrow (\neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C)$$