T-79.144 **Syksy 2003**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 4 (lauselogiikka, kappaleet 4.4 - 5.3)
30.9. - 3.10.2003

1. Peircen nuoli määritellään seuraavasti:

$$(A \downarrow B) \Leftrightarrow_{def} \neg A \wedge \neg B.$$

Määrittele sille semanttisen taulun säännöt.

2. Todista semanttisella taululla

a) $A \rightarrow (B \rightarrow B)$,
b) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$,
c) $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C)$ ja
d) $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \wedge (A \vee B) \rightarrow C$.

3. Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio missä se ei ole tosi (vastamalli).

a) $\{B \rightarrow A, C \rightarrow B, (C \rightarrow A) \rightarrow D\} \models D$
b) $\{A \rightarrow C, A \vee B, \neg D \rightarrow \neg B\} \models C \rightarrow D$
c) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B))$
d) $\models (\neg B \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \vee C))$

4. Palataan insinööri Sörsselssönin laatimiin vaatimuksiin liikennevaloille yksisuuntaisten katujen risteyksessä.

a) Osoita semanttisella taululla, että väittämä "liikennevalojen punaiset lamput eivät pala yhtäaikaisesti" seuraa loogisesti laatimastasi lausejoukosta.
b) Selvitä spesifikaation mallit taulumenetelmän avulla.

5. Osoita Hilbertin ja Suppesin todistusjärjestelmillä (opetusmoniste, kappaleet 5.1 ja 5.2) seuraavat väittämät.

a) $\vdash P \rightarrow P$
b) $\{P \rightarrow Q, Q \rightarrow R\} \vdash P \rightarrow R$
c) $\{P, Q \rightarrow (P \rightarrow R)\} \vdash Q \rightarrow R$