T-79.144 **Syksy 2003**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 3 (lauselogiikka, kappaleet 3.6 - 4.3)
23. - 26.9.2003

1. Määrittele Shefferin viiva Peircen nuolen avulla.

2. Osoita, että

a) jos $\Sigma \models \phi$ ja $\Sigma \models \neg\phi$ jollekin lauseelle ϕ, niin lausejoukko Σ on toteutumaton.

b) jos lausejoukolla Σ on täsmälleen yksi malli, niin jokaiselle lauseelle ϕ pätee $\Sigma \models \phi$ tai $\Sigma \models \neg\phi$ (muttei molemmat).

3. Osoita seuraavat loogisen seuraavuuden ominaisuudet.

a) $\Sigma \subseteq \mathrm{Cn}(\Sigma)$.

b) Monotonisuus: $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2 \Rightarrow \mathrm{Cn}(\Sigma_1) \subseteq \mathrm{Cn}(\Sigma_2)$.

c) $\Sigma \models \phi \Rightarrow \mathrm{Cn}(\Sigma) = \mathrm{Cn}(\Sigma \cup \{\phi\})$.

d) $\mathrm{Cn}(\mathrm{Cn}(\Sigma)) = \mathrm{Cn}(\Sigma)$.

4. Mallinna lauselogiikalla kolmen äänestäjän äänestysjärjestelmää, jonka malleista joko positiivinen (enemmistö jaa-ääniä) tai negatiivinen äänestystulos voidaan lukea. Kuinka malli muuttuu, jos äänestäjiä on neljä ja tasatuloksen sattuessa puheenjohtajan ääni ratkaisee.

5. Matkakorttijärjestelmän kortinlukijan valot toimivat näin:

1. Vihreä valo: kausilippu voimassa **tai** arvolippu maksettu **tai** vaihto voimassa.
2. Vihreä ja keltainen valo: kautta jäljellä 3 täyttä päivää tai vähemmän **tai** arvoa jäljellä 10 euroa tai vähemmän.
3. Punainen valo: kausi tai vaihto ei voimassa **tai** muu virhe.

Tutki lauselogiikan avulla, onko mahdollista, että mikään valoista ei syty.