T-79.144 **Syksy 2003**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 11
(opetusmoniste, kappaleet 8.1 - 8.5)
18 - 21.11.2003

1. Todista resoluutiolla, että ei ole olemassa miesparturia, kun:

a) Jokainen parturi ajaa niiden miesten parrat, jotka eivät itse aja partaansa.

b) Kukaan parturi ei aja niiden miesten partoja, jotka ajavat itse partansa.

2. Esitetään luonnolliset luvut $0,1,2,\ldots$ muuttujattomilla termeillä 0, $s(0)$, $s(s(0)),\ldots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x+1$ luonnollisille luvuille x.

a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x), J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.

b) Todista resoluutiolla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x+6$ on kuudella jaollinen.

3. Olkoon annettuna seuraavat lauseet[1]:

1. $\forall x(\mathrm{Close}(\mathrm{m},x) \rightarrow \mathrm{Reach}(\mathrm{m},x))$,
2. $\forall x(\mathrm{Tall}(x) \wedge \mathrm{On}(\mathrm{m},x) \wedge \mathrm{Under}(x,\mathrm{b}) \rightarrow \mathrm{Close}(\mathrm{m},\mathrm{b}))$,
3. $\mathrm{Tall}(\mathrm{c})$,
4. $\mathrm{Climb}(\mathrm{m},\mathrm{c})$,
5. $\forall z \mathrm{Moves}(\mathrm{m},\mathrm{c},z)$,
6. $\forall x(\mathrm{Climb}(\mathrm{m},x) \rightarrow \mathrm{On}(\mathrm{m},x))$,
7. $\forall x \forall y \forall z(\mathrm{Moves}(x,y,z) \rightarrow \mathrm{Close}(y,z) \vee \mathrm{Under}(y,z))$ ja
8. $\neg\mathrm{Close}(\mathrm{c},\mathrm{b})$.

Formalisoinnissa on käytetty seuraavia predikaatteja ja vakioita:

1. $\mathrm{Tall}(x) =$ “x on korkea”,

[1] Esimerkki on kirjasta R.D. Dowsing, V.J. Rayward-Smith, C.D. Walter: A First Course in Formal Logic and its Applications in Computer Science

2. $\text{Climb}(x, y) =$ “x voi kiivetä y:n päälle”,
3. $\text{Close}(x, y) =$ “x on lähellä y:tä”,
4. $\text{On}(x, y) =$ “x on y:n päällä”,
5. $\text{Reach}(x, y) =$ “x ylettää y:hyn”,
6. $\text{Under}(x, y) =$ “x on y:n alla”,
7. $\text{Moves}(x, y, z) =$ “x (voi) siirtää y:n z:n lähelle”
8. m = “apina”,
9. c = “tuoli” ja
10. b = “banaani”.

a) Mieti, mitä lausejoukon lauseet tarkoittavat.

b) Osoita resoluutiolla, että $\exists x \text{Reach}(m, x)$ on lausejoukon looginen seuraus.

c) Tutki resoluutiotodistuksen rakennetta. Mitä hyötyä siitä voisi olla tehtävän apinalle?

d) Suorita vastaava päättely `otter`-ohjelman avulla.