

1. Ilmaise seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

- a) Jokin porteista on viallinen.
- b) Tämä algoritmi on kaikista nopein.
- c) Kaikilla kurssin osanottajilla on työasema käytössään.
- d) Vain yksi prosesseista voi kirjoittaa kuhunkin tiedostoon kerrallaan.

Mitä muotoa lauseet ovat? Piirrä a)- ja c)-kohtia vastaavat syntaksipuut.

2. Poista tarpeettomat sulut, ilman että lauseen merkitys muuttuu.

- a) $(\forall y((\exists x(P(x) \wedge Q(x))) \rightarrow L(x)))$
- b) $((\exists x(\exists y(P(x, y) \vee Q(y, x)))) \leftrightarrow (\forall x(\neg K(f(x)))))$
- c) $(\forall x(\forall y(A \wedge B)))$

3. Olkoon predikaattilogiikan kielessä vakiosymboli c , 1-paikkainen funktiosymboli f ja 2-paikkainen funktiosymboli g . Millaisia muuttujattomia termejä näistä voidaan muodostaa.

4. Luennoilla annettiin menettely binääripuiden esittämiseksi funktiosymbolien avulla. Yleistä konstruktio mielivaltaisille puille käyttämällä korkeintaan 3 vakio- ja funktiosymbolia.

5. Osoita, että jos $\forall x\phi(x)$ on lause ja t on muuttujaton termi, niin $\phi(t)$ on lause.

6. Olkoon universumina $\mathbb{N}^2 = \{\langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$. Valitse vakiosymbolille c ja funktiosymbolille $f \in \mathcal{F}_1$ tulkinnot siten, että koko universumi tulee nimetyksi.

7. Graafi muodostuu solmujen joukosta S ja solmujen välisten kaarien $K \subseteq S \times S$ joukosta. Graafin solmuja s ja s' sanotaan vierekkäisiksi, jos niitä yhdistää kaari $(\langle s, s' \rangle \in K)$. Olkoon C jokin värien joukko. Graafin *väritysongelmassa* on tarkoituksena löytää graafin solmuille värit joukosta C siten, että kaikilla vierekkäisillä solmuilla on eri värit.
- a) Määrittele graafin väritysongelman ratkaisu predikaattilogiikan avulla.
 - b) Anna edellisen kohdan lausejoukolle malli ja
 - c) struktuuri, jossa se ei toteudu.