T-79.144 **Syksy 2002**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 6 (opetusmoniste, kappaleet 6.5 - 8.3)
22.-28.10.2002

1. Tarkastellaan klausuulijoukkoa:

$$\begin{aligned} S \;=\; \{\, &\{A_0, A_1\}, \{\neg A_0, \neg A_1\}, \{A_1, A_2\}, \{\neg A_1, \neg A_2\}, \ldots, \\ &\{A_{n-1}, A_n\}, \{\neg A_{n-1}, \neg A_n\}, \{A_n, A_0\}, \{\neg A_n, \neg A_0\} \,\} \end{aligned}$$

Anna totuusjakelu $\mathcal{A}$ siten, että $\mathcal{A} \models S$.

2. Horn-klausuuli on klausuuli, jossa on täsmälleen yksi positiivinen literaali. Olkoon $\mathcal{A}_1$ ja $\mathcal{A}_2$ Horn-klausuulien joukon S malleja. Osoita, että myös $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \cap \mathcal{A}_2$ on S:n malli.

3. Taannoin tutustuimme insinööri Sörsselssönin laatimaan spesifikaatioon yksisuuntaisen risteyksen liikennevaloille. Muunna lauseet klausuulimuotoon ja osoita resoluutiolla, että liikennevalojen punaiset lamput eivät pala yhtäaikaisesti.

4. Laaditaan asiantuntijajärjestelmä, jolla on tarkoitus tutkia, mitkä kemialliset reaktiot ovat mahdollisia. Tarkastellaan reaktioita:

(1) $\mathrm{MgO} + \mathrm{H_2} \rightarrow \mathrm{Mg} + \mathrm{H_2O}$

(2) $\mathrm{C} + \mathrm{O_2} \rightarrow \mathrm{CO_2}$

(3) $\mathrm{CO_2} + \mathrm{H_2O} \rightarrow \mathrm{H_2CO_3}$

a) Esitä ylläolevat reaktiot lauselogiikan avulla klausuulimuodossa. Lisää klausuulijoukkoon tieto siitä, että aluksi saatavilla on aineita: $\mathrm{MgO}, \mathrm{H_2}, \mathrm{O_2}$ ja C.

b) Osoita resoluutiolla, että yllä olevassa tilanteessa on mahdollista saada reaktiotuotteena $\mathrm{H_2CO_3}$:a.

♢ **5.** a) Muodosta resoluution täydellisyystodistuksen puukonstruktio klausuulijoukolle:

$$S = \{\{\neg A, \neg B\}, \{A, \neg B\}, \{\neg A, B, \neg C\}, \{A, B\}, \{\neg A, B, C\}\}$$

b) Tutki, millaisia klausuuleja S:n binääriklausuuleista (2 literaalia) voidaan johtaa. Muodostetaan klausuulijoukko S' lisäämällä nämä klausuulit S:ään.

c) Toista puukonstruktio S':lle.

d) Tutki muuttujajärjestyksen vaikutusta puun kokoon.

6. Konstruoi deterministinen Turingin kone, joka laskee syötteenä annetun binääriluvun seuraajan.

7. Osoita, että graafin 3-väritys kuuluu luokkaan **NP** redusoimalla se lauselogiikan toteutuvuusongelmaksi.