

1. Osoita Hilbertin ja Suppesin todistusjärjestelmillä (opetusmoniste, kappaleet 5.1 ja 5.2) seuraavat väittämät.
  - a)  $\vdash P \rightarrow P$
  - b)  $\{P \rightarrow Q, Q \rightarrow R\} \vdash P \rightarrow R$
  - c)  $\{P, Q \rightarrow (P \rightarrow R)\} \vdash Q \rightarrow R$
  
2. Hae seuraavien lauseiden disjunkttiivinen ja konjunkttiivinen normaalimuoto (1) muunnossääntöjä käyttäen ja (2) semanttisen taulun avulla.
  - a)  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$
  - b)  $\neg A \leftrightarrow ((A \vee \neg B) \rightarrow B)$
  - c)  $\neg((A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow C)$
  - d)  $P_1 \wedge P_2 \leftrightarrow (P_1 \rightarrow P_2) \vee (P_2 \rightarrow P_3)$
  
3. Osoita semanttisella taululla, että konjunkttiivisen/disjunkttiivisen normaalimuodon hakemisessa käytettävät säännöt säilyttävät loogisen ekvivalenssin.
  
4. Hae KNM:t seuraaville lauseille muunnossäännöillä ja semantisella taululla.
  - a)  $(P \wedge \neg P) \vee (Q \wedge \neg Q)$
  - b)  $(P_1 \wedge \neg P_1) \vee \dots \vee (P_n \wedge \neg P_n)$
  - c) Voiko näitä normaalimuotoja sieventää.
  - d) Osoita semanttisella taululla, että a)-kohdassa muodostettu KNM on toteutumaton.
  
5. Hae lauseelle  $(A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$  klausuuliesitys.